Univerzitet u Beogradu
Elektrotehnički fakultet

Elementi elektroenergetskih sistema

– računske vežbe –

- **MEHANIČKI PRORAČUN NADZEMNIH VODOVA**

Željko Đurišić
Kristina Vlajinac-Deletić

Beograd, 2009.

ZADATAK 1: Prav raspon, dužine a=350 m, realizovan je provodnikom sa parametrima: d=14mm, s=150 mm^2, σ_{nd}=110 MPa (11 daN/mm^2), σ_{id}=210 MPa (21 daN/mm^2), γ=0,035 N/cm^3 (γ=0,0035 daN/cm^3; cm^3 = m·mm^2), E=78000 MPa (7800 daN/mm^2), α=189·10^{-7} 1/^{o}C. Raspon se nalazi na terenu koji je okarakterisan koeficijentom leda k = 2,5. Odrediti: ugibe na t= -5^{o}C sa i bez dodatnog opterećenja usled leda, ugib na t= +40^{o}C, kritičnu temperaturu, faktor mehaničke sigurnosti (m), ugib pri izuzetnoj dodatnoj specifičnoj težini usled leda i maksimalno naprezanje provodnika u opsegu propisanih normalnih stanja provodnika.

Rešenje:

Mehanički projekat nadzemnog voda treba da obezbedi da u opsegu normalno mogućih stanja provodnika naprezanje u svim provodnicima ne pređe σ_{nd} (normalno dozvoljeno naprezanje koje daje proizvođač provodnika - užeta). Pod stanjem provodnika podrazumeva se njegova temperatura i dodatno opterećenje (usled leda i vetra).
Nacionalni propisi definišu dva karakteristična stanja provodnika pri kojima se može javiti normalno dozvoljeno naprezanje u provodniku i to:

- t= -20 ^{o}C bez dodatnog opterećenja,
- t= -5 ^{o}C sa normalnim dodatnim opterećenjem usled leda.

Da bi se utvrdilo koje od ova dva karakteristična stanja je merodavno za proračun potrebno je proračunati kritični raspon.

Minimalna normalna dodatna specifična težina usled leda je:

$$\gamma_{nd\min} = \frac{1{,}8\sqrt{d}}{S} = \frac{1{,}8\sqrt{14}}{150} = 449\cdot 10^{-4}\, N/cm^3 .$$

Normalna dodatna specifična težina usled leda je:

$$\gamma_{nd} = k\cdot\gamma_{nd\min} = 2{,}5\cdot 449\cdot 10^{-4} = 11{,}225\cdot 10^{-2}\, N/cm^3 .$$

Rezultantna specifična težina provodnika sa ledom je:

$$\gamma_R = \gamma + \gamma_{nd} = 14{,}725\cdot 10^{-2}\, N/cm^3 .$$

Kritični raspon je:

$$a_{kr} = \sigma_{nd}\sqrt{\frac{360\alpha}{\gamma_R{}^2 - \gamma^2}} = 110\sqrt{\frac{360\cdot 189\cdot 10^{-7}}{\left(14{,}725^2 - 3{,}5^2\right)\cdot\left(10^{-2}\right)^2}} = 63{,}43m .$$

Kritični raspon je onaj raspon pri kojem bi mehaničko naprezanje provodnika pri t= -20 ^{o}C bez dodatnog opterećenja i pri t=5 ^{o}C normalnom dodatnom opterecenju usled leda bila jednaka. Za definisanje referentnog stanja za svaki konkretan problem treba porediti stvarni raspon i kritični raspon.
Poređenjem raspona sa kritičnim rasponom utvrđuje se da je a>a_{kr}. Zbog toga se najveće naprezanje provodnika javlja na temperaturi t=-5^{o}C uz dodatno opterećenje usled leda i iznosi σ_L=σ_{nd} =110 MPa, odnosno referentno stanje provodnika je: t_0 = -5 ^{o}C, $\gamma_0 = \gamma_R$, $\sigma_0 = \sigma_{nd}$.
Ugib na t =-5^{o}C uz dodatno opterećenje usled leda je:

$$f_L = \frac{\sigma_{nd}}{\gamma_R}\left(ch\frac{a\gamma_R}{2\sigma_{nd}} - 1\right) = \frac{110}{14{,}725\cdot 10^{-2}}\left(ch\frac{350\cdot 14{,}725\cdot 10^{-2}}{2\cdot 110} - 1\right) = 20{,}591\,\mathrm{m}$$

Koristeći aproksimativnu formulu za proračun ugiba koji se dobija razvojem funkcije ch x u red dobija se:

$$f_L = \frac{a^2\gamma_R}{8\sigma_{nd}} + \frac{a^4\gamma_R{}^3}{384\sigma_{nd}{}^3} = \frac{350^2\cdot 14{,}725\cdot 10^{-2}}{8\cdot 110} + \frac{350^4\cdot\left(14{,}725\cdot 10^{-2}\right)^3}{384\cdot 110^3} = 20{,}5 + 0{,}09 = 20{,}59m$$

Drugi član u prethodnom izrazu malo utiče na rezultat pa se iz tog razloga on može zanemariti kod raspona kraćih od 300 m.
Da bi se proračunao ugib provodnika pri bilo kojem stanju (temperaturi i dodatnom kontinualnom vertikalnom opterećenju) potrebno je odrediti naprezanje u provodniku i ono je definisano kubnom jednačinom:

$$\sigma_{-5}{}^3 + A\sigma_{-5}{}^2 = B\,.$$

Koeficijenti kubne jednačine su definisani sledećim relacijama:

$$a>a_{kr}\;:\quad A = E\cos\psi\left[\alpha(t+5) + \frac{a^2\gamma_R{}^2\cos^2\psi}{24\sigma_{nd}{}^2}\right] - \sigma_{nd}$$

$$a<a_{kr}\;:\quad A = E\cos\psi\left[\alpha(t+20) + \frac{a^2\gamma^2\cos^2\psi}{24\sigma_{nd}{}^2}\right] - \sigma_{nd}\,.$$

U oba slučaja je:

$$B = \frac{a^2\gamma^2 E\cos^3\psi}{24}\,.$$

Ako pri analiziranoj temperaturi *t* ima dodatnog opterećena usled leda u izrazu za koeficijent *B* treba zameniti γ sa γ_R. Koeficijent *A* se menja sa promenom temperature a ne menja se sa promenom dodatnog opterećenja, dok za koeficijent *B* važi obrnuto.
Da bi se odredio ugib na t=-5^{o}C bez dodatnog opterećenja usled leda potrebno je odrediti naprezanje provodnika pri tim uslovima. Za analizirani slučaj je $a>a_{kr}$, pa je:

$$A = 78000 \cdot \left[189 \cdot 10^{-7} (-5+5) + \frac{350^2 (14{,}725)^2 \cdot 10^{-4}}{24 \cdot 110^2} \right] - 110 = 603{,}42 \text{ MPa}$$

$$B = \frac{350^2 \cdot 0{,}035^2 \cdot 78000}{24} = 487703 \;\; \text{MPa}^3 .$$

Kubna jednačina koja odgovara analiziranom stanju je:

$$\sigma_{-5}{}^3 + 603{,}42\sigma_{-5}{}^2 = 487703 .$$

Rešenje se može potražiti iterativnim putem. Zna se da naprezanje mora ležati u opsegu: $0<\sigma_{-5}<110$ MPa. Za analizirani slučaj dobija se:

$$\sigma_{-5} = 27{,}78 \text{ MPa.}$$

Ugib na t = -5 ^{o}C bez dodatnog opterećenja usled leda je:

$$f_{-5} = \frac{a^2\gamma}{8\sigma_{-5}} + \frac{a^4\gamma^3}{384\sigma_{-5}{}^3} = \frac{350^2 \cdot 0{,}035}{8 \cdot 27{,}78} + \frac{350^4 \cdot 0{,}035^3}{384 \cdot 27{,}78^3} = 19{,}29 + 0{,}08 = 19{,}37 \; m .$$

Da bi se odredio ugib na t=40 ^{o}C, prvo treba odrediti naprezanje na toj temperaturi. Koeficijent *A* kubne jednačine je:

$$A = 78000 \left[189 \cdot 10^{-7} (40+5) + \frac{350^2 \cdot (14{,}725)^2 \cdot 10^{-4}}{24 \cdot 110^2} \right] - 110 = 669{,}758 \;\; \text{MPa}$$

Koeficijent *B* ne zavisi od temperature, pa je isti kao u prethodnom slučaju. Kubna jednačina glasi:

$$\sigma_{40}{}^3 + 669{,}758\sigma_{40}{}^2 = 487703 \quad => \quad \sigma_{40} = 26{,}46 \;\; \text{MPa}$$

$$f_{+40} = \frac{a^2\gamma}{8\sigma_{40}} + \frac{a^4\gamma^3}{384\sigma_{40}{}^3} = \frac{350^2 \cdot 0{,}035}{8 \cdot 26{,}46} + \frac{350^4 \cdot 0{,}035^3}{384 \cdot 26{,}46^3} = 20{,}25 + 0{,}09 = 20{,}34 \text{ m}$$

Mehanički projekat nadzemnog voda treba da obezbedi da pri svim stanjima provodnika rastojanje između provodnika i terena (i objekata) ne bude manje od onog koje je propisima dozvoljeno. Da bi se ovaj zahtev najekonomičnije uvažio potrebno je poznavati maksimalni ugib koji se može javiti u opsegu normalnih radnih stanja provodnika. Unapred se ne zna pri kojem stanju provodnika se javlja maksimalni ugib. Propisi definišu dva karakteristična stanja koja su merodavna za proračun maksimalnog ugiba i to:

- t=40 ^{o}C bez dodatnog opterećenja,
- t= -5 ^{o}C sa normalnim dodatnim opterećenjem usled leda.

Da bi se u konkretnom slučaju odredilo koje stanje je merodavno za proračun ugiba potrebno je odrediti kritičnu temperaturu. Na kritičnoj temperaturi t_{kr} je ugib provodnika jednak je njegovom ugibu na temperaturi t = -5^{o}C uz prisustvo dodatne specifične težine usled leda ($f_{tkr} = f_L$).
Ako je t_{kr} > 40 ^{o}C maksimalni ugib merodavan za proračun visine stuba treba računati pri temperaturi t = -5 ^{o}C uz prisustvo dodatne specifične težine usled leda. Ako je t_{kr} <40 ^{o}C maksimalni ugib merodavan za proračun visine stuba treba računati pri temperaturi t = 40 ^{o}C. (Često projektanti maksimalni ugib računaju pri većim temperaturama, obično 60 ^{o}C, jer se provodnici usled proticanja struje zagreju iznad propisa definisane gornje granice od +40^{o}C).
Kritična temperatura se računa prema sledećoj relaciji:

$$t_{kr} = \frac{\sigma_L}{\alpha E \cos\psi}\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_R}\right) - 5 \cdot$$

Kako je u analiziranom slučaju $\sigma_L = \sigma_{nd}$ =110 MPa, dobija se:

$$t_{kr} = \frac{110}{189 \cdot 10^{-7} \cdot 78000}\left(1 - \frac{3{,}5}{14{,}725}\right) - 5 = 51{,}8\ ^{0}C \cdot$$

Pošto je t_{kr}>40 ^{o}C: maksimalni ugib, za propisani opseg mogućih stanja provodnika, javiće se pri temperaturi t=-5^{o}C uz prisustvo dodatne specifične težine usled leda:

$$f_{\max} = f_L = 20{,}59 \text{ m} .$$

Mehanički projekat nadzemnog voda treba da obezbedi da u slučaju propisanog izuzetnog dodatnog opterećenja (usled leda ili vetra) naprezanje u svim provodnicima ne pređe σ_{id} (izuzetno dozvoljeno naprezanje daje proizvođač provodnika - užeta). Faktor mehaničke sigurnosti provodnika m je neimenovani broj koji pokazuje koliko se provodnik može izuzetno dodatno opteretiti u odnosu na normalno dodatno opterećenje a da naprezanje u njemu ne pređe $\sigma_{id.}$

$$m = \frac{\gamma_{id}}{\gamma_{nd}}\cdot$$

Proračun faktora mehaničke sigurnosti provodnika se vrši na osnovu jednačine stanja i to prema sledećim relacijama:

<u>$a > a_{kr}$:</u> $\gamma \Rightarrow \gamma + m\gamma_{nd}$, $\sigma = \sigma_{id}$, $\gamma_0 = \gamma + \gamma_{nd}$, $\sigma_0 = \sigma_{nd}$, t = -5°C, t_0 = -5°C

$$m = \frac{\sigma_{id}}{\gamma_{nd}}\sqrt{\frac{24}{a^2 E\cos^3\psi}(\sigma_{id} - \sigma_{nd}) + \left(\frac{\gamma + \gamma_{nd}}{\sigma_{nd}}\right)^2} - \frac{\gamma}{\gamma_{nd}}.$$

<u>$a < a_{kr}$:</u> $\gamma \Rightarrow \gamma + m\gamma_{nd}$, $\sigma = \sigma_{id}$, $\gamma_0 = \gamma$, $\sigma_0 = \sigma_{nd}$, t = -5°C, t_0 = -20°C

$$m = \frac{\sigma_{id}}{\gamma_{nd}}\sqrt{\frac{24}{a^2 E\cos^3\psi}(15\alpha E\cos\psi + \sigma_{id} - \sigma_{nd}) + \left(\frac{\gamma}{\sigma_{nd}}\right)^2} - \frac{\gamma}{\gamma_{nd}}.$$

U analiziranom slučaju je $a>a_{kr}$ pa je:

$$m = \frac{210}{11{,}225\cdot 10^{-2}}\sqrt{\frac{24}{350^2\cdot 78000}(210-110) + \left(\frac{14{,}725\cdot 10^{-2}}{110}\right)^2} - \frac{3{,}5}{11{,}225} = 2{,}36$$

Propisi definišu da faktor mehaničke sigurnosti provodnika ne sme biti manji od 2.

Proračun ugiba pri γ_{id}:

$$\gamma_{id} = m\gamma_{nd} = 2{,}36\cdot 11{,}225\cdot 10^{-2} = 26{,}491\cdot 10^{-2}\ \mathrm{N/cm^3}$$

Rezultantna specifična težina je sada:

$$\gamma_{Ri} = \gamma + \gamma_{id} = 29{,}991\cdot 10^{-2}\ \mathrm{N/cm^3}$$

Ugib pri izuzetnom dodatnom opterećenju usled leda je:

$$f_i = \frac{a^2\gamma_{Ri}}{8\sigma_{id}} + \frac{a^4\gamma_{Ri}^{\ 3}}{384\sigma_{id}^{\ 3}} = \frac{350^2\cdot 29{,}991\cdot 10^{-2}}{8\cdot 210} + \frac{350^4\cdot(29{,}991\cdot 10^{-2})^3}{384\cdot 210^3} = 21{,}87 + 0{,}114 = 21{,}984\ \mathrm{m}$$

U svim prethodnim relacijama sa σ je označavana horizontalna komponenta naprezanja u provodniku, odnosno σ je ukupno naprezanje u provodniku u njegovom temenu. U proizvoljnom preseku zategnutog provodnika ukupno naprezanje σ_F je veca od σ jer postoji i vertikalna komponenta naprezanja σ_v tako da je ukupno naprezanje u proizvoljnom preseku provodnika:

$$\sigma_F = \sqrt{\sigma^2 + \sigma_v^2} \; .$$

Ukupno naprezanje u nekom preseku provodnika čija je apscisa y može se proračunati prema sledećoj jednačini:

$$\sigma_F = \gamma \cdot y \, ,$$

gde je y apscisa analiziranog preseka u sopstvenom koordinatnom sistemu. Iz prethodne jednačine vidi se da je maksimalno naprezanje provodnika u tačkama vešanja (y=y_{max}). Odnosno:

$$\sigma_{F\max} = \gamma \cdot y_{\max} = \gamma \frac{\sigma}{\gamma} ch \frac{\gamma}{\sigma}\frac{a}{2} = \sigma \cdot h \frac{\gamma}{\sigma}\frac{a}{2} \, ,$$

Maksimalno ukupno naprezanje se javlja u uslovima leda ($\gamma = \gamma_R$):

$$\sigma_{F\max} = \gamma_R \cdot y_{L\max} = \sigma_L \cdot ch\left(\frac{\gamma_R}{\sigma_L}\frac{a}{2}\right) = 110 \cdot ch\left(\frac{14.725 \cdot 10^{-2} \cdot 350}{110 \cdot 2}\right) = 113{,}03 \,\text{MPa}$$

Prethodni proračun pokazuje da se u analiziranom slučaju maksimalno ukupno naprezanje malo razlikuje u odnosu na horizontalnu komponentu naprezanja (razlika je 2,8 %). Ovaj zaključak važi generalno za kratke prave i umerene raspone. Kod velikih raspona i kod kosih raspona ova razlika može biti znatna, pa se iz tog razloga za referentno horizontalno naprezanje uzima: $\sigma_0 = k\sigma_{nd}\,; \;\; k \le 1$. Koeficijent k se bira tako da naprezanje u tačkama vešanja ne pređe dozvoljenu vrednost za korišćeno uže.

<u>**ZADATAK 2:**</u> Kos raspon nadzemnog 220 kV-og voda ima dužinu 100 m i visinsku razliku tačaka vešanja 40 m, a realizovan je provodnikom sledećih parametara: d=18 mm, s=250 mm^2, σ_{nd}=100 MPa, γ=0,035 N/cm^3, E=78000 MPa, α=190·10^{-7} 1/^{o}C. Raspon se nalazi na terenu koji je okarakterisan koeficijentom leda k=1,6. Za koliko se promeni ugib na temperaturi -5 ^{o}C sa dodatnim opterećenjem usled leda ako pri istoj temperaturi nestane dodatnog opterećenja usled leda?

Rešenje:

<u>*Proračun kritičnog raspona:*</u>

$$\gamma_{nd\,\min} = \frac{1{,}8\sqrt{d}}{S} = \frac{1{,}8\sqrt{18}}{250} = 3{,}055 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{N/cm^3}$$

$$\gamma_{nd} = k \cdot \gamma_{nd\,\min} = 1{,}6 \cdot 3{,}055 \cdot 10^{-2} = 4{,}887 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{N/cm^3}$$

$$\gamma_R = \gamma + \gamma_{nd} = 8{,}387 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{N/cm^3}$$

$$\cos\psi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + h^2}} = 0{,}9285,$$

$$a_{kr} = \frac{\sigma_{nd}}{\cos\psi}\sqrt{\frac{360\alpha}{\gamma_R{}^2 - \gamma^2}} = \frac{100}{0{,}9285}\sqrt{\frac{360 \cdot 1{,}9 \cdot 10^{-5}}{0{,}08387^2 - 0{,}035^2}} = 116{,}866\ \mathrm{m}.$$

<u>*Određivanje referentnog stanja:*</u>

$$a_{kr} > a \Rightarrow t_0 = -20^{\circ}\mathrm{C},\ \gamma_0 = \gamma,\ \ \sigma_0 = \sigma_{nd}.$$

<u>*Proračun ugiva:* t = -5°C bez leda:</u> $\sigma_{-5}{}^3 + A\sigma_{-5}{}^2 = B$

$$A = E\cos\psi\left[\alpha(t+20) + \frac{a^2\gamma^2\cos^2\psi}{24\sigma_{nd}{}^2}\right] - \sigma_{nd} =$$
$$= 78000 \cdot 0{,}9285\left[1{,}9 \cdot 10^{-5} \cdot 15 + \frac{100^2 \cdot 0{,}035^2 \cdot 0{,}9285^2}{24 \cdot 100^2}\right] - 100 = -76{,}17\ \mathrm{MPa}$$

$$B = \frac{a^2\gamma^2 E\cos^3\psi}{24} = \frac{100^2 \cdot 0{,}035^2 \cdot 78000 \cdot 0{,}9285^3}{24} = 31868{,}76\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{-5}{}^3 - 76{,}17\sigma_{-5}{}^2 = 31868{,}76 \quad \Rightarrow \quad \sigma_{-5} = 81{,}02\ \mathrm{MPa}$$

Ugib za kos raspon se računa prema sledećoj aproksimativnoj formuli:

$$f=\frac{a^2\gamma}{8\sigma\cos\psi}+\frac{a^4\gamma^3\cos\psi}{384\sigma^3}$$

Ugib na t = -5^{o}C bez leda je:

$$f_{-5}=\frac{100^2\cdot 0{,}035}{8\cdot 81{,}02\cdot 0{,}9285}+\frac{100^4\cdot 0{,}035^3\cdot 0{,}9285}{384\cdot 81{,}02^3}=0{,}582\text{m}+0{,}00002\text{m}\approx 0{,}582\text{ m}$$

Drugi član u izrazu za proračun ugiba se može zanemariti kod kratkih raspona ($a\leq$ 300 m).

2) *Proračun ugiva: t = -5^{o}C sa ledom:* $\sigma_{-5+L}{}^3+A_{-5+L}\sigma_{-5+L}{}^2=B_{-5+L}$

Koeficijent A se ne menja, a koeficijent B je:

$$B_{-5+L}=\frac{a^2\gamma_R{}^2E\cos^3\psi}{24}=\frac{100^2\cdot 0{,}08387^2\cdot 78000\cdot 0{,}9285^3}{24}=182996{,}3\text{ MPa}^3$$

$$\sigma_{-5+L}{}^3-76{,}17\sigma_{-5+L}{}^2=182996{,}3 \quad => \quad \sigma_{-5+L}=96{,}02\text{ MPa}$$

$$f_{-5+L}=\frac{100^2\cdot 0{,}083878}{8\cdot 96{,}02\cdot 0{,}9285}=1{,}176\text{ m}$$

$$\Delta f=f_{-5+L}-f_{-5}=1{,}176-0{,}582=0{,}594\text{ m}$$

ZADATAK 3: Odrediti dodatnu specifičnu težinu usled dejstva vetra v = 42 m/s na provodnik d=10 mm, S=201 mm^2, c_V=0,7.

Rešenje:

Pri analizi uticaja vetra na provodnik pretpostavlja se da vetar duva normalno na vertikalnu ravan kojoj pripada linija provodnika (lančanica) jer je to u pogledu opterećenja najgori slučaj.
Sila vetra F_V koja deluje normalno na provodnik je:

$$F_V=S_V\cdot p_V\cdot c_V\,,$$

gde su:

$S_v = d \cdot L$ površina uzdužnog preseka provodnika (površina projekcije provodnika na ravan normalnu na pravac duvanja vetra)

$p_V = \frac{1}{2}\rho v^2$ pritisak vetra, ρ je gustina vazduha koja zavisi od atmosferskog pritiska i temperature, ali se obično standardno uzima da je $\rho = 1{,}225\ \mathrm{kg/m^3}$, pa je:

$$p_v = 0{,}5 \cdot 1{,}225 \cdot v^2 \approx \frac{v^2}{1{,}6}, \quad p_v\ [\mathrm{N/m^2}], \quad v\ [\mathrm{m/s}]. \quad p_v = \frac{42^2}{1{,}6} = 1100\ \mathrm{Pa}.$$

Podužna sila pritiska vetra na provodnik iznosi:

$$F_{Vpod} = \frac{F_V}{L} = d \cdot p_V \cdot c_V = 0{,}01(\mathrm{m}) \cdot 1100\ (\mathrm{N/m^2}) \cdot 0{,}7 = 7{,}7\ \mathrm{N/m}$$

Dodatna specifična težina usled dejstva vetra iznosi:

$$\gamma_V = \frac{F_{Vpod}}{S} = \frac{7{,}7}{201}\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m \cdot mm^2}} = 3{,}83 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{N/cm^3}$$

Ako je npr. $\gamma = 0{,}03\ \mathrm{N/cm^3}$, γ_R će biti:

$$\gamma_R = \sqrt{\gamma^2 + {\gamma_V}^2} = \sqrt{3^2 + 3{,}83^2} \cdot 10^{-2} = 4{,}86 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{N/cm^3}.$$

U vetrovitim oblastima gde su snežne padavine male (ili gde nema uslova za stvaranje leda na provodnik) uticaj vetra, u pogledu mehaničke sigurnosti, može biti dominantniji u odnosu na uticaj leda.

Ako je ($\gamma_R = \sqrt{\gamma^2 + {\gamma_V}^2}$) > ($\gamma + \gamma_{id}$) , za izuzetnu dodatnu specifičnu težinu treba usvojiti vrednost:

$$\gamma_{id} = \sqrt{\gamma^2 + {\gamma_V}^2} - \gamma$$

U propisima nije predviđena mogućnost istovremenog hvatanja leda i vetra, jer se ovakvi uslovi retko javljaju. Ipak, u nekim okolnostima moguće je da se uhvati led i zadrži na provodniku i u uslovima kada duva jak vetar. U takvim okolnostima podužna sila vetra na provodnik postaje višestruko veća jer se povećava efektivna površina zbog hvatanja leda, pa postoji opasnost da se provodnik pokida usled istovremenog dodatnog opterećenja leda i pritiska vetra na provodnik.

ZADATAK 4: Fazni provodnik u pravom rasponu dužine 800 m 220kV-og nadzemnog voda realizovan je jednim užetom Al-Fe 240/40 sledećih parametara: d=22 mm, S=280 mm^2, σ_{nd}=110 MPa, σ_{id}=210 MPa, γ=0,035 N/cm^3, E=77000 MPa, $\alpha=19\cdot10^{-6}$ 1/^{o}C. Raspon se nalazi na terenu koji je okarakterisan koeficijentom leda 1 i pritiskom vetra 900 Pa. Da li dati raspon sme da se ukrsti sa železničkom prugom? Ako je dužina izolatorskih lanaca 200 cm odrediti potrebno rastojanje između faznih provodnika. Fazni provodnici su postavljeni u horizontalnoj ravni.

Rešenje:

Mehanički projekat nadzemnog voda treba da obezbedi potreban nivo mehaničke sigurnosti provodnika u zavisnosti od terena, odnosno objekata preko kojih prelazi vod. U analiziranom slučaju (ukrštanje voda sa železničkom prugom) propisima se zahteva da koeficijent mehaničke sigurnosti provodnika mora biti $m > 4$.

Proračun kritičnog raspona:

$$\gamma_{nd\,\min} = \frac{1{,}8\sqrt{d}}{S} = \frac{1{,}8\sqrt{22}}{280} = 3{,}015\cdot10^{-2}\ \mathrm{N/cm^3}$$

$$\gamma_{nd} = k\cdot\gamma_{nd\,\min} = 1\cdot3{,}015\cdot10^{-2} = 3{,}015\cdot10^{-2}\ \mathrm{N/cm^3}$$

$$\gamma_R = \gamma + \gamma_{nd} = 6{,}515\cdot10^{-2}\ \mathrm{N/cm^3}$$

$$a_{kr} = \sigma_{nd}\sqrt{\frac{360\alpha}{\gamma_R^{\,2}-\gamma^2}} = 110\sqrt{\frac{360\cdot190\cdot10^{-7}}{\left(6{,}515^2-3{,}5^2\right)\cdot\left(10^{-2}\right)^2}} = 165{,}55\ \mathrm{m}\,.$$

Određivanje referentnog stanja:

$a > a_{kr}$ => t_0 = -5^{o}C, $\gamma_0 = \gamma_R$, $\sigma_0 = \sigma_{nd}$.

Proračun mehaničke sigurnosti provodnika:

$$m = \frac{\sigma_{id}}{\gamma_{nd}}\sqrt{\frac{24}{a^2E\cos^3\psi}\left(\sigma_{id}-\sigma_{nd}\right)+\left(\frac{\gamma+\gamma_{nd}}{\sigma_{nd}}\right)^2} - \frac{\gamma}{\gamma_{nd}}\,;$$

$$m = \frac{210}{3{,}015\cdot10^{-2}}\sqrt{\frac{24}{800^2\cdot77000}\left(210-110\right)+\left(\frac{6{,}515\cdot10^{-2}}{110}\right)^2} - \frac{3{,}5}{3{,}015} = 3{,}24\,.$$

Pošto je $m < 4$ dati raspon ne sme da se ukrsti sa železničkom prugom. Koeficijent mehaničke sigurnosti se može povećati smanjenjem raspona ili upotrebom užeta sa većim izuzetno dozvoljenim naprezanjem (kombinovano Al-Če uže sa većim procentualnim učešćem čelika).
Koeficijent mehaničke sigurnosti se odnosi na provodnik. U nekim slučajevima kada se zahteva veća mehanička sigurnost potrebno je izolatore i stub mehanički ojačati. Izolatori se mehanički ojačavaju tako što se veže dva ili više izolatorskih lanaca u paralelu, kao na slici 4.1. Stub se ojačava upotrebom jače konstrukcije i temelja.

Slika 4.1 *Trostruki izolatorski lanci na jednom zateznom stubu 110kV voda*

<u>*Proračun rastojanja između faznih provodnika u glavi stuba:*</u>

Mehanički projekat nadzemnog voda treba da obezbedi da rastojanje između provodnika bude dovoljno veliko tako da u slučaju asinhronog njihanja provodnika (izazvanog npr. vetrom) ne dođe do ugrožavanja propisanih sigurnosnih rastojanja.
Potrebno rastojanje između faznih provodnika je u propisima definisano iskustvenom relacijom:

$$D = k\sqrt{f_{+40^o C} + l_I} + s_R \ ,$$

gde su:

- D [cm] - minimalno rastojanje između faznih provodnika,
- $f_{+40^o C}$ [cm] – maksimalni ugib provodnika na t=40^0C,
- l_I [cm] – dužina izolatorskih lanaca,
- s_R [cm] – propisano sigurnosno rastojanje (zavisi od naponskog nivoa voda)
- k – bezdimenzioni koeficijent koji zavisi od rasporeda provodnika u glavi stuba i pritiska vetra.

Za U_n=220 kV => s_R=155 cm (vidi udžbenik M. Đurić, strana 60 tabela 15).

Da bi se odredio ugib na t=40 ^oC potrebno je odrediti naprezanje u provodniku pri toj temperaturi.

$a > a_{kr}$: t_0 = -5^{o}C, $\gamma_0 = \gamma_R$, $\sigma_0 = \sigma_{nd}$.

$$A = E\cos\psi\left[\alpha(t+5)+\frac{a^2\gamma_R{}^2\cos^2\psi}{24\sigma_{nd}{}^2}\right]-\sigma_{nd} =$$

$$= 77000\left[190\cdot 10^{-7}(40+5)+\frac{800^2(6{,}515)^2\cdot 10^{-4}}{24\cdot 110^2}\right]-110 = 676{,}12 \text{ MPa}$$

$$B = \frac{800^2\cdot 0{,}035^2\cdot 77000}{24} = 2515333{,}33 \text{ MPa}^3$$

$$\sigma_{+40}{}^3 - 676{,}12\sigma_{+40}{}^2 = 2515333{,}33 \quad => \quad \sigma_{+40} = 58{,}52 \text{ MPa}$$

Pošto je a > 300 m, za izračunavanje ugiba koristi se formula:

$$f_{+40} = \frac{a^2\gamma}{8\sigma_{+40}}+\frac{a^4\gamma^3}{384\sigma_{+40}{}^3} = \frac{800^2\cdot 0{,}035^2}{8\cdot 58{,}52}+\frac{800^4\cdot(0{,}035)^3}{384\cdot 58{,}52^3} = 47{,}85+0{,}228 = 48{,}078 \text{ m}$$

Za provodnike postavljene u horizontalnoj ravni je: $k = 4+\frac{\alpha}{25}$ (pogledaj u udžbenik M. Đurić, str. 63 tabela 16).

Ugao otklona provodnika α usled pritiska vetra p_v se računa prema sledećem izrazu:

$$tg\alpha = 10^{-3}\frac{d(\text{mm})\cdot p_V(\text{Pa})\cdot c_V}{\gamma(\text{N/cm}^3)\cdot s(\text{mm}^2)} = 10^{-3}\frac{22\cdot 900\cdot 0{,}7}{0{,}035\cdot 280} = 1{,}4143,$$

gde je c_v aerodinamički koeficijent provodnika koji je u slučaju faznih provodnika sa jednim užetom po fazi 0,7, a u slučaju snopa 0,5. Razlika postoji zbog blizine provodnika u snopu. Ako su provodnici blizu (kod 400 kV voda fazni provodnici u snopu su na rastojanju 0,4 m) oni utiču na strujanje vazduha oko provodnika u snopu jer stvaraju efekat zavetrine, pa se smanjuje ukupni pritisak vetra na provodnik u snopu u odnosu na slučaj kada se ima samo jedan provodnik po fazi.

$$\alpha = 54{,}74^o \quad => \quad k = 4+\frac{54{,}74}{25} = 6{,}19 > k_{min} = 6.$$

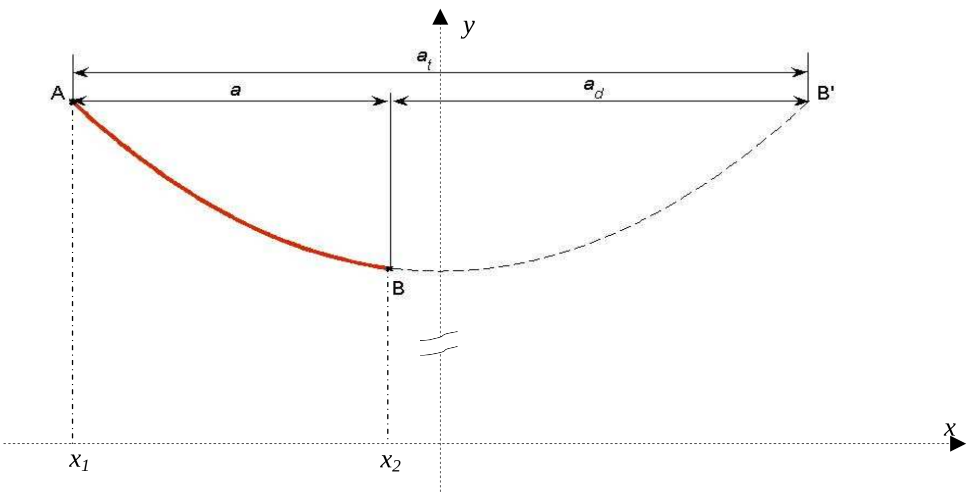
Minimalno potrebno rastojanje između faznih provodnika u glavi stuba je:

$$D = 6{,}19\sqrt{4809 + 200} + 155 = 588{,}1\ \text{cm}\,.$$

ZADATAK 5: Kos raspon dužine 330 m ima visinsku razliku tačaka vešanja 30 m. Specifična težina užeta je γ=0,03 N/cm^3, a poprečni presek S=200 mm^2. Odrediti dodatni raspon, totalni raspon i koordinate tačaka vešanja u sopstvenom koordinatnom sistemu pri stanju užeta u kojem je horizontalna komponenta naprezanja 60 MPa. Izračunati ukupno i vertikalno naprezanje u tačkama vešanja pri analiziranom stanju.

Rešenje:

Na slici 5.1 prikazana je skica kosog raspona sa naznačenim veličinama koje ga karakterišu.



Slika 5.1: Skica kosog raspona u sopstvenom koordinatnom sistemu

Na osnovu slike 6.1 važi:

$$a_t = a + a_d \qquad |x_1 + x_2| = a_d \qquad |x_2 - x_1| = a$$

$$h = \frac{2\sigma}{\gamma} sh\frac{a\gamma}{2\sigma} sh\frac{a_d\gamma}{2\sigma} \quad => \quad a_d = 2\frac{\sigma}{\gamma} arsh\left(\frac{h}{2\sigma/\gamma} sh^{-1}\frac{a}{2\sigma/\gamma}\right) = 362{,}727\ \text{m}$$

Treba primetiti da su za istu visinsku razliku tačaka vešanja moguća dva slučaja u zavisnosti koja tačka vešanja je visočija. Na slici 6.1 leva tačka vešanja A je visočija od desne tačke vešanja B i u ovom slučaju je visinska razlika tačaka vešanja formalno matematički $h = h_B - h_A < 0$.

Ako je $a_d > a$ onda je znak apscisa tačaka vešanja isti, odnosno obe su pozitivne ili su obe negativne (u zavisnosti od toga da li je h>0 ili h<0).
U analiziranom slučaju h<0 pa su obe koordinate tačaka vešanja negativne. Ako je $a_d < a$ onda je je x_1<0 i x_2>0. Na osnovu prethodne analize važi:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= -362{,}727 \\ x_1 - x_2 &= 330 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} x_1 &= -16{,}36 \text{ m} \\ x_2 &= -346{,}36 \text{ m} \end{aligned}$$

Totalni raspon je: $a_t = a + a_d = 330 + 362{,}727 = 692{,}727$ m

Proračun kordinata tačaka vešanja:

Jednačina linije provodnika u sopstvenom koordinatnom sistemu (slika 5.1) je:

$$y = \frac{\sigma}{\gamma} ch \frac{\gamma}{\sigma} x$$

Za analizirano stanje datog raspona važi:

$$y_1 = \frac{60}{0{,}03} ch \frac{16{,}36 \cdot 0{,}03}{60} = 2000{,}07 \text{ m}, \quad y_2 = \frac{60}{0{,}03} ch \frac{346{,}36 \cdot 0{,}03}{60} = 2030{,}7 \text{ m}.$$

Proračun ukupnog naprezanja u tačkama vešanja:

Ukupno naprezanje u proizvoljnom preseku užeta je dato izrazom:

$$\sigma_F = y\gamma .$$

Ukupno naprezanje u tačkama vešanja je:

$$\sigma_{F1} = 2000{,}07 \cdot 0{,}03 = 60{,}0021 \text{ MPa}, \quad \sigma_{F2} = 2030{,}07 \cdot 0{,}03 = 60{,}9021 \text{ MPa}.$$

Maksimalno naprezanje se uvek javlja u visočijoj tački vešanja i iz tog razloga (kao i problema zbog zamora materijala usled oscilovanja užeta) je mesto pričvršćenja provodnika za izolator kritično u mehaničkom pogledu. Takođe treba primetiti da se ukupno naprezanje malo razlikuje od horizontalne komponente, pa se obično u proračunima horizontalna komponenta naprezanja poistovećuje sa ukupnim naprezanjem. Ova aproksimacija je ugrožena kod velikih raspona i raspona sa velikim strminama.

Vertikalne komponente naprezanja u tačkama vešanja su:

$$\sigma_{V1} = \pm\sqrt{{\sigma_{F1}}^2 - \sigma^2}\ ,\ \ \sigma_{V2} = \pm\sqrt{{\sigma_{F2}}^2 - \sigma^2}\ .$$

Znak u prethodnim jednačinama zavisi od toga da li sila zateže izolatorski lanac na dole (zateže izolatorski lanac) ili teži da ga izvrne (deluje u smeru na gore). Znak vertikalne sile, odnosno naprezanja, može se odrediti na više načina, jedan način je poređenjem stvarnog raspona i dodatnog raspona:

- $a < a_d \Rightarrow$ vertikalna sila u nižoj tački vešanja je negativna (u višoj tački vešanja vertikalna sila je uvek pozitivna);
- $a > a_d \Rightarrow$ vertikalne sile u tačkama vešanja su pozitivne;
- $a{=}a_d \Rightarrow$ niža tačka vešanja se nalazi u temenu lančanice, pa je vertikalna sila u njoj 0.

Znak vertikalne komponente sile može se odrediti na osnovu znaka apscisa tačaka vešanja:

- ako su x_1 i x_2 istog predznaka (obe pozitivne ili obe negativne), onda je vertikalna sila u nižoj tački vešanja negativna (u višoj tački vešanja vertikalna sila je uvek pozitivna);
- ako su x_1 i x_2 različitog predznaka, onda su vertikalne sile u tačkama vešanja pozitivne;
- ako je jedna apscisa tačke vešanja 0 onda je vertikalna sila u toj (nižoj) tački vešanja 0.

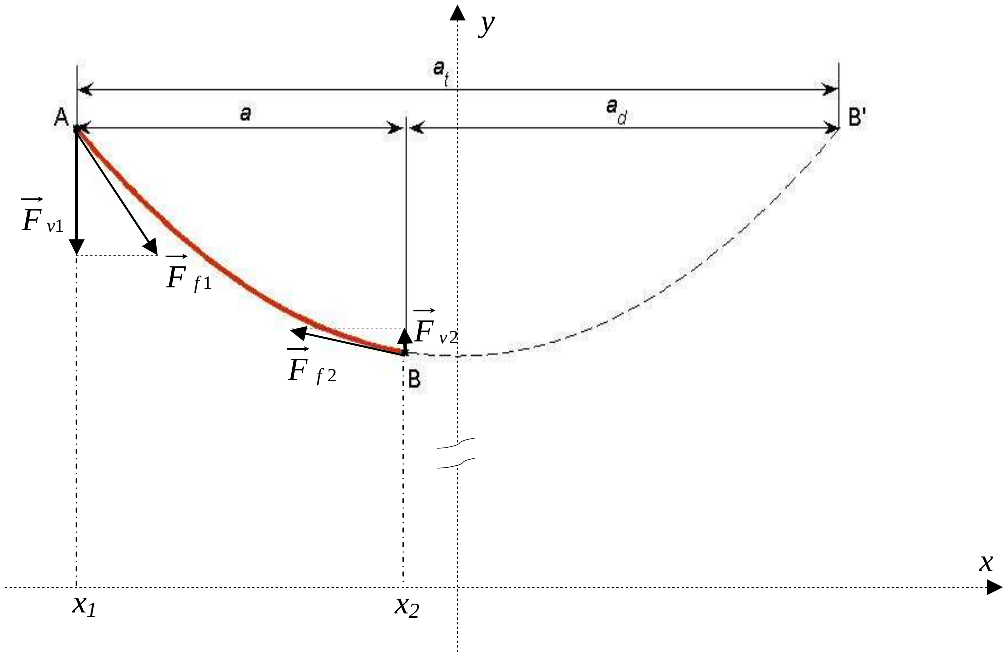
Znak i veličina vertikalne sile kod nosećih stubova može se odrediti na osnovu gravitacionog raspona o čemu će biti reči kasnije.
Proračun vertikalnih sila u tačkama vešanja se vrši da bi se odredile sile u izolatorskim lancima i aksijalne sile u stubovima koje su merodavne za proračun stuba na izvijanje.
Imajući u vidu definisane kriterijume za znak vertikalnih komponenti sila može se lako odrediti znak i vrednost vertikalnih sila u konkretnom primeru. Vertikalne komponente naprezanja u tačkama vešanja su:

$$\sigma_{V1} = \sqrt{60{,}9021^2 - 60^2} = 10{,}443\ \text{MPa},\quad \sigma_{V2} = -\sqrt{60{,}0021^2 - 60^2} = -0{,}502\ \text{MPa}$$

Odgovarajuće vertikalne komponente sila u tačkama vešanja su:

$$F_{V1} = \sigma_{V1}\cdot S = 10{,}443\cdot 200 = 2088\ \text{N},\ \ F_{V2} = \sigma_{V2}\cdot S = -0{,}502\cdot 200 = -100{,}4\ \text{N}$$

Primer je ilustrovan na slici 5.2 . Treba napomenuti da se sa promenom stanja provodnika u opštem slučaju menja položaj sopstvenog koordinatnog sistema, kao i dodatni i totalni raspon.



Slika 5.2: Analizirani raspon sa naznačenim silama u tačkama vešanja pri zadatom stanju (σ=60 MPa)

<u>ZADATAK 6:</u> Zatezno polje sastoji se od dva raspona: a_1=50 m, h_1=0 m, a_2 = 400 m, h_2=112,65 m. Parametri užeta su: d=8 mm, S=50,26 mm^2, σ_{nd}=100 MPa, σ_{id}=200 MPa, γ=0,03N/cm^3, E=77000 MPa, α = 190·10^{-7} 1/^{o}C. Zona leda je 1. Odrediti naprezanja i ugibe u oba raspona na t=20^{o}C, t=-5^{o}C, t=-5 ^{o}C+led i t= 40^{o}C. Odrediti t_{kr} i m. Izračunati gravitacioni raspon na t= +40^{o}C i t=-20^{o}C.

Rešenje:

U prethodnim zadacima podrazumevano je da su tačke vešanja provodnika fiksne, odnosno da se na oba kraja raspona nalaze zatezni stubovi. Kod takvih raspona provodnik je vezan za stub preko zateznih izolatorskih lanaca i u proračunima se smatra da i izolatorski lanac pripada lančanici, što unosi određenu grešku ali je ona za praktične proračune realnih raspona zanemarljiva. Iz ekonomskih razloga nije opravdano projektovati sve stubove da budu zatezni već se formiraju tzv. zatezna polja koja su ograničena zateznim stubovima, a unutar njih se nalaze rasponi sa nosećim stubovima na kojima se provodnici vezuju preko nosećih izolatorskih lanaca, tako da tačke vešanja provodnika mogu da se pomeraju. Na slikama 6.1 i 6.2 prikazani su zatezni i noseći stub, respektivno.

Slika 6.1: Zatezni 400 kV “Y“ stub

Slika 6.2: Noseći 220 kV portalni stub

Horizontalne sile, odnosno naprezanja, u dva susedna raspona u zateznom polju se zbog promene stanja provodnika mogu u izvesnoj meri razlikovati pa to uzrokuje zakošenja nosećeg izolatorskog lanca u pravcu trase u smeru raspona u kojem je veće horizontalno naprezanje. Ova zakošenja su obično mala (nekoliko stepeni) ali zbog relatvino velike dužine izolatorskih lanaca kod visokonaponskih vodova mogu bitno uticati na promene ugiba, pa se ne mogu zanemariti.
Mehanički proračun u zateznim poljima se može vršiti pomoću metode idealnog raspona (pogledaj u udžbenik M. Đurić, str. 44 do 46) ili bez korišćenja idealnog raspona (pogledaj u udžbenik M. Đurić, str. 47 do 49), što predstavlja tačniji ali kompleksniji proračun. Ovaj zadatak će biti rešen korišćenjem idealnog raspona.

Proračun idealnog raspona:

$$a_i = \frac{a_i \cos\psi_{ai}}{\cos\psi_{ai}}, \quad \cos\psi_{ai} = \frac{\sum_{j=1}^{n} a_j}{\sum_{j=1}^{n} \frac{a_j}{\cos\psi_j}} = \frac{50+400}{50+\frac{400}{0,9625}} = 0,96653$$

$$a_i \cos\psi_{ai} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n} a_j^{\,3}\cos^2\psi_j}{\sum_{j=1}^{n} a_j}} = \sqrt{\frac{50^3\cdot 1^2 + 400^3\cdot 0,9625^2}{50+400}} = 363,364 \text{ m}$$

$$a_i = \frac{a_i \cos\psi_{ai}}{\cos\psi_{ai}} = 375,95 \text{ m}$$

Proračun kritičnog raspona:

$$\gamma_{nd\,\min} = \frac{1,8\sqrt{d}}{S} = \frac{1,8\sqrt{8}}{50,26} = 10,13\cdot 10^{-2}\ \text{N/cm}^3,$$

$$\gamma_{nd} = k\cdot\gamma_{nd\,\min} = 1\cdot 10,13\cdot 10^{-2} = 10,13\cdot 10^{-2}\ \text{N/cm}^3$$

$$\gamma_R = \gamma + \gamma_{nd} = 13,13\cdot 10^{-2}\ N/cm^3$$

$$a_{krzat.polja} = \frac{\sigma_{nd}}{\cos\psi_{ai}}\sqrt{\frac{360\alpha}{\gamma_R^{\ 2} - \gamma^2}}$$

$$a_{krz.p.} = \frac{100}{0,96653}\sqrt{\frac{360\cdot 1,9\cdot 10^{-5}}{\left(13,13\cdot 10^{-2}\right)^2 - 0,03^2}} = 66,94 \text{ m}$$

Određivanje referentnog stanja:

$a_i > a_{krz.p.} \Rightarrow\ t_0 = -5^{\circ}\text{C},\ \gamma_0 = \gamma_R,\ \ \sigma_0 = \sigma_{nd}.$

Jednačina stanja provodnika u zateznom polju:

$$\sigma^{\,3} + A\sigma^{\,2} = B$$

Koeficijenti kubne jednačine:

$$A = E\cos\psi_{ai}\left[\alpha(t+5)+\frac{a_i{}^2\gamma_R{}^2\cos^2\psi_{ai}}{24\sigma_{nd}{}^2}\right]-\sigma_{nd}$$

$$B = \frac{a_i{}^2\gamma^2 E\cos^3\psi_{ai}}{24} = \frac{375{,}95^2\cdot\left(3\cdot10^{-2}\right)^2\cdot 77000\cdot 0{,}96653^3}{24} = 368492{,}1\,\mathrm{MPa}^3$$

Proračun naprezanja u zateznom polju pri različitim stanjima provodnika:

Proračun horizontalne komponente naprezanja na t=-20^{o}C:

$$A_{-20} = 77000\cdot 0{,}96653\cdot\left[1{,}9\cdot10^{-5}(-20+5)+\frac{375{,}95^2\cdot\left(13{,}13\cdot10^{-2}\right)^2\cdot 0{,}96653^2}{24\cdot100^2}\right]-100$$

$$A_{-20} = 584{,}64\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{-20}{}^3 + 584{,}64\sigma_{-20}{}^2 = 368492{,}1 \quad => \quad \sigma_{-20} = 24{,}594\ \mathrm{MPa}$$

Proračun horizontalne komponente naprezanja na t=-5^{o}C bez leda:

$$A_{-5} = 77000\cdot 0{,}96653\cdot\left[1{,}9\cdot10^{-5}(-5+5)+\frac{375{,}95^2\cdot\left(13{,}13\cdot10^{-2}\right)^2\cdot 0{,}96653^2}{24\cdot100^2}\right]-100$$

$$A_{-5} = 605{,}85\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{-5}{}^3 + 605{,}85\sigma_{-5}{}^2 = 368492{,}1 \quad => \quad \sigma_{-5} = 24{,}185\ \mathrm{MPa}$$

Proračun horizontalne komponente naprezanja na t=-5 ^{o}C +led:

$\sigma_{-5+L} = 100MPa$,   jer je to referentno stanje (a_i > $a_{krz.p}$).

Proračun horizontalne komponente naprezanja na t=40^{o}C:

$$A_{+40} = 77000 \cdot 0{,}96653 \cdot \left[1{,}9 \cdot 10^{-5} (40+5) + \frac{375{,}95^2 \cdot \left(13{,}13 \cdot 10^{-2}\right)^2 \cdot 0{,}96653^2}{24 \cdot 100^2} \right] - 100$$

$$A_{+40} = 669{,}49 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{+40}{}^3 + 669{,}49 \sigma_{+40}{}^2 = 368492{,}1 \quad => \quad \sigma_{+40} = 23{,}07 \text{ MPa}$$

Proračun ugiba raspona u zateznom polju pri različitim stanjima provodnika:

Proračun ugiba na t=-20°C:

$$f_{1(-20)} = \frac{a_1{}^2 \gamma}{8 \sigma_{-20}} = \frac{50^2 \cdot 0{,}03}{8 \cdot 24{,}594} = 0{,}381 \text{ m}$$

$$f_{2(-20)} = \frac{a_2{}^2 \gamma}{8 \sigma_{-20} \cdot \cos \psi_2} + \frac{a_2{}^4 \gamma^3 \cos \psi_2}{384 \sigma_{-20}{}^3}$$

$$= \frac{400^2 \cdot 0{,}03}{8 \cdot 24{,}594 \cdot 0{,}9625} + \frac{400^4 \cdot 0{,}03^3 \cdot 0{,}9625}{384 \cdot 24{,}594^3} = 25{,}347 + 0{,}116 = 25{,}463 \text{ m}$$

Proračun ugiba na t=-5°C bez leda:

$$f_{1(-5)} = \frac{50^2 \cdot 0{,}03}{8 \cdot 24{,}185} = 0{,}388 \text{ m}$$

$$f_{2(-5)} = \frac{400^2 \cdot 0{,}03}{8 \cdot 24{,}185 \cdot 0{,}9625} + \frac{400^4 \cdot 0{,}03^3 \cdot 0{,}9625}{384 \cdot 24{,}185^3} = 25{,}775 + 0{,}122 = 25{,}898 \text{ m}$$

.

Proračun ugiba na t=-5°C sa ledom:

$$f_{1(-5+L)} = \frac{50^2 \cdot 0{,}1313}{8 \cdot 100} = 0{,}41 \text{ m}$$

$$f_{2(-5+L)} = \frac{400^2 \cdot 0{,}1313}{8 \cdot 100 \cdot 0{,}9625} + \frac{400^4 \cdot 0{,}1313^3 \cdot 0{,}9625}{384 \cdot 100^3} = 27{,}428 \text{ m}.$$

Proračun ugiba na t=40°C:

$$f_{1(+40)} = \frac{50^2 \cdot 0{,}03}{8 \cdot 23{,}07} = 0{,}406 \text{ m}$$

$$f_{2(+40)} = \frac{400^2 \cdot 0{,}03}{8 \cdot 23{,}07 \cdot 0{,}9625} + \frac{400^4 \cdot 0{,}03^3 \cdot 0{,}9625}{384 \cdot 23{,}07^3} = 27{,}021 + 0{,}141 = 27{,}162 \text{ m}$$

Proračun kritične temperature:

$$t_{kr} = \frac{\sigma_L}{\alpha E \cos\psi_{ai}}\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_R}\right) - 5 = 49{,}56\ {}^0C \quad => \quad f_{\max} = f_{(-5+L)}$$

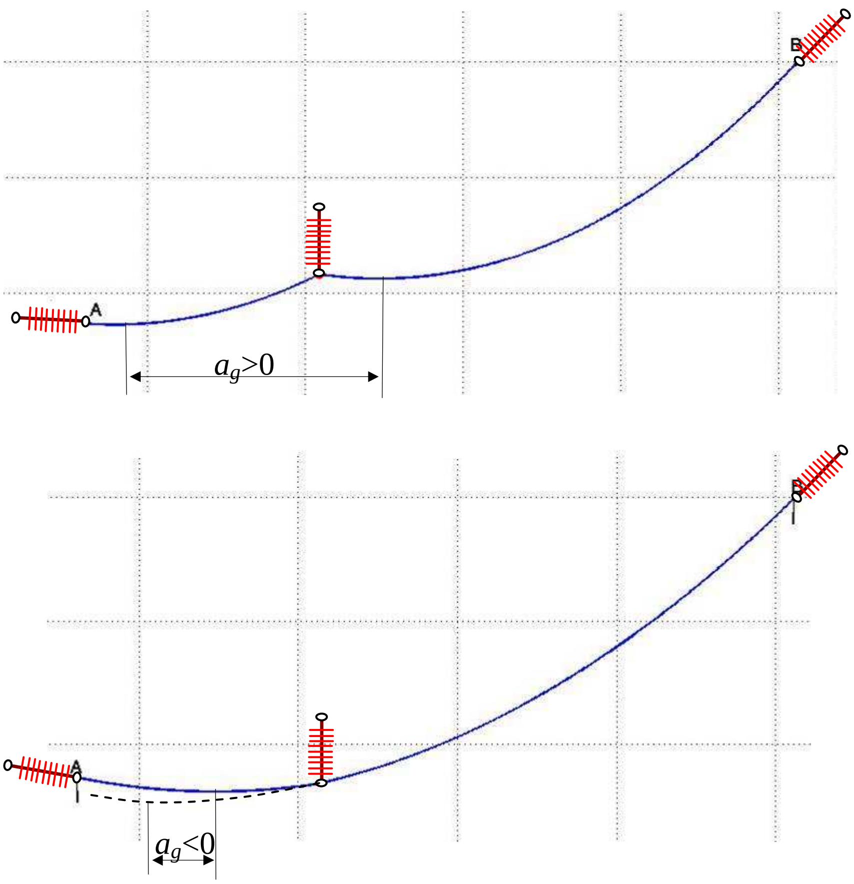
Proračun koeficijent mehaničke sigurnosti provodnika u zateznom polju:

$$m = \frac{\sigma_{id}}{\gamma_{nd}}\sqrt{\frac{24}{{a_i}^2 E \cos^3\psi_{ai}}(\sigma_{id} - \sigma_{nd}) + \left(\frac{\gamma + \gamma_{nd}}{\sigma_{nd}}\right)^2} - \frac{\gamma}{\gamma_{nd}}$$

$$m = \frac{200}{0{,}1013}\sqrt{\frac{24}{375{,}95^2 \cdot 77000 \cdot 0{,}96653}(200 - 100) + \left(\frac{0{,}1313}{100}\right)^2} - \frac{0{,}03}{0{,}1013} = 2{,}47$$

Proračun gravitacionog raspona pri različitim stanjima provodnika:

Gravitacioni raspon predstavlja rastojanje između temena lančanica dva susedna raspona u zateznom polju. Ukoliko jedna ili obe lančanice nemaju teme, onda ih treba produžiti do totalnog raspona i računati rastojanje između fiktivnih temena totalnih raspona. Proračun gravitacionog raspona služi za određivanje sile u nosećem izolatorskom lancu i stubu. Ako je gravitacioni raspon pozitivan onda je sila u nosećem izolatoru koja potiče od provodnika pozitivna (usmerena na dole), odnosno provodnik zateže izolator. Ako je gravitacioni raspon negativan onda provodnik teži da izvrne izolator (rezultantna sila deluje na gore).



Slika 6.3: Gravitacioni raspon za dva karakteristična slučaja

Proračun gravitacionog raspona za analizirani primer:

1) t = +40 ^{o}C => σ_{+40} = 23,07 MPa

$$h = \frac{2\sigma}{\gamma} sh\frac{a\gamma}{2\sigma} sh\frac{a_d\gamma}{2\sigma} \quad \Rightarrow \quad 112{,}65 = \frac{2\cdot 23{,}07}{0{,}03} sh\frac{400\cdot 0{,}03}{2\cdot 23{,}07} sh\frac{a_d\cdot 0{,}03}{2\cdot 23{,}07} \quad => $$

a_d = 422,9 m

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= a_d = 422{,}9 \text{ m} \\ x_2 - x_1 &= a = 400 \text{ m} \end{aligned} \quad => \quad 2x_1 = a_d - a = 22{,}9 \text{ m} \quad => \quad x_1 = 11{,}45 \text{ m}$$

$x_1 > 0$ => teme van raspona => $a_{gr} = \frac{a_1}{2} - x_1 = 25 - 11{,}45 = 13{,}55$ m .

2) t = -20^{o}C => σ_{-20} = 24,594 MPa

$$112{,}65 = \frac{2\cdot 24{,}594}{0{,}03} sh\frac{400\cdot 0{,}03}{2\cdot 24{,}594} sh\frac{a_d\cdot 0{,}03}{2\cdot 24{,}594} \quad => \quad a_d = 451{,}48 \text{ m}$$

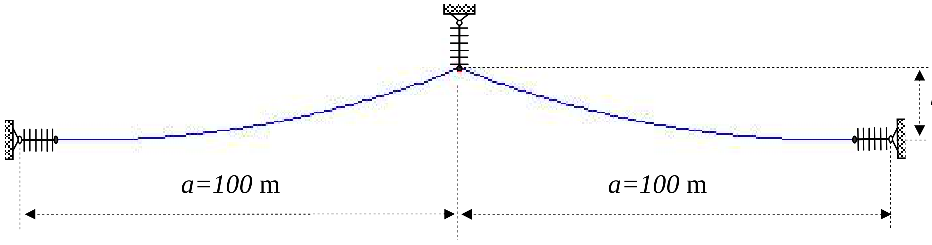
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= a_d = 451{,}48 \text{ m} \\ x_2 - x_1 &= a = 400 \text{ m} \end{aligned} \quad => \quad 2x_1 = a_d - a = 51{,}48 \text{ m} \quad => \quad x_1 = 25{,}74 \text{ m}$$

$x_1 > 0$ => teme van raspona => $a_{gr} = \frac{a_1}{2} - x_1 = 25 - 25{,}74 = -0{,}74$ m .

Pošto je a_{gr}<0 može doći do izvrtanja izolatora na analiziranom nosećem stubu. Da ne bi došlo do izvrtanja izolatorskog lanca postavljaju se tegovi na visećim izolatorskim lancima, slika 6.4. Proračun težine tega se vrši tako da kompenzuje ukupnu vertikalnu silu u izolatorskom lancu koja se javlja pri t=-20 ^{o}C (jer se pri ovom stanju javlja maksimalna vertikalna sila bez obzira na referentne uslove).

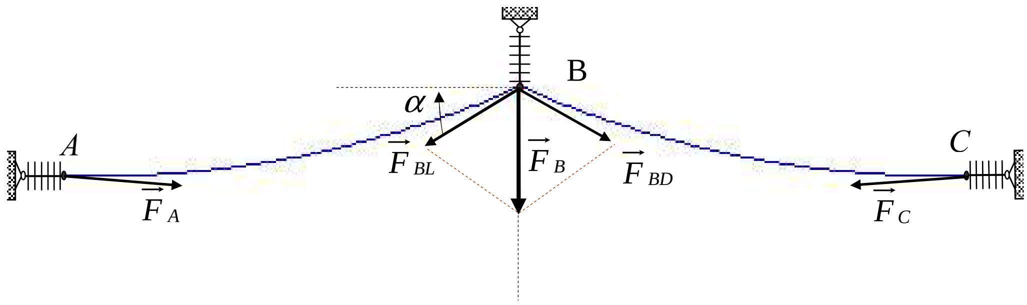
Slika 6.4 Noseći 35 kV stub sa tegovima za kompenzaciju vertikalne komponente sile

<u>ZADATAK 7:</u> Dva jednaka simetrična kosa raspona čine zatezno polje kao na slici. Fazni provodnik u zateznom polju je realizovan jednim užetom čiji su podaci: $d = 14$ mm, $\sigma_{nd} = 110$ N/mm^2, $\gamma = 0{,}035$ N/m mm^2, $S = 150$ mm^2, $\alpha = 19\cdot 10^{-6}$ 1/^{o}C, $E = 78000$ N/mm^2. Vod prelazi preko terena sa koeficijentom leda $k = 1$. Izračunati maksimalne sile u nosećim i zateznim izolatorskim lancima, koje se mogu pojaviti u opsegu propisanih normalno dozvoljenih stanja provodnika.



Rešenje:

Pošto se radi o dva raspona koji su simetrična, pri svim stanjima (sa kontinualnim opterećenjem provodnika u zateznom polju) tačka vešanja provodnika na nosećem izolatorskom lancu (B) je nepomična (u potpunosti su kompenzovane horizontalne sile), pa se može analizirati samo jedan raspon.



U proračunu sila u zateznim izolatorskim lancima može se smatrati da su zatezni izolatorski lanci sastavni deo lančanice koju opisuje provodnik. Pod takvom pretpostavkom, u tački pričvršćenja provodnika za zatezni izolatorski lanac sila koja potiče od provodnika ima pravac tangente na liniju provodnika, kao na slici. Dakle, za proračun sila u zateznim izolatorskim lancima merodavno je ukupno naprezanje u provodniku u tačkama pričvršćenja provodnika za izolator. Najveće naprezanje, odnosno sile, u zateznim izolatorskim lancima će se javiti pri uslovima (stanju) kada je najveće naprezanje u provodniku (t=-20 °C ili t=-5 °C sa dodatnim opterećenjem usled leda). Koje od ovih stanja je kritičnije zavisi od odnosa kritičnog i stvarnog raspona.

Proračun kritičnog rasopna:

$$\gamma_{nd\,\min} = \frac{0{,}18\sqrt{d}}{s} = \frac{0{,}18\sqrt{14}}{150} = 449\cdot 10^{-4}\ \mathrm{N/cm^3}$$

$$\gamma_{nd} = k\gamma_{nd\,\min} = 1\cdot 449\cdot 10^{-4} = 449\cdot 10^{-4}\ \mathrm{N/cm^3}$$

$$\gamma_R = \gamma + \gamma_{nd} = 350\cdot 10^{-5} + 449\cdot 10^{-4} = 799\cdot 10^{-4}\ \mathrm{N/cm^3}$$

$$a_{kr} = \frac{\sigma_{nd}}{\cos\psi}\sqrt{\frac{360\alpha}{\gamma_R^2 - \gamma^2}} = \frac{11}{0{,}995}\sqrt{\frac{360 \cdot 19 \cdot 10^{-6}}{(799^2 - 350^2)\cdot 10^{-10}}} = 127{,}3 \text{ m}.$$

Pošto je $a < a_{kr}$, maksimalno naprezanje u provodniku javlja se pri t=-20 ^{o}C i njegova horizontalna komponenta iznosi $\sigma_{\max} = \sigma_{-20} = \sigma_{nd} = 110\ N/mm^2$.

Proračun ukupnog maksimalnog naprezanja u tačkama vešanja A i B:

$$\sigma_{FA\max} = \sigma_{FC\max} = \gamma \cdot y_{A(t=-20)} = \gamma \frac{\sigma_{nd}}{\gamma} ch \frac{\gamma x_{A(t=-20)}}{\sigma_{nd}} = \sigma_{nd} ch \frac{\gamma x_{A(t=-20)}}{\sigma_{nd}};$$

$$x_{A(t=-20)} = \frac{a_{d(t=-20)} - a}{2};$$

$$a_{d(t=-20)} \approx \frac{2 \cdot \sigma_{nd} \cdot h}{\gamma \cdot a} = \frac{2 \cdot 110 \cdot 10}{0{,}035 \cdot 100} = 628{,}57 \text{ m} \Rightarrow x_{A(t=-20)} = \frac{628{,}57 - 100}{2} = 264{,}3 \text{ m}$$

$$\sigma_{FA\max} = \sigma_{FC\max} = 110 \cdot ch \frac{0{,}035 \cdot 264{,}3}{110} = 110{,}4 \text{ MPa}.$$

Maksimalne sile u zateznim izolatorskim lancima koje potiču od provodnika se, u opsegu propisanih normalno dozvoljenih stanja provodnika, javljaju na temperaturi t=-20 ^{o}C i iznose:

$$F_{Amax} = F_{Cmax} = \sigma_{FAmax} \cdot S = 110{,}4 \cdot 150 = 16{,}56 \text{ kN}.$$

Sila u nosećem izolatorskom lancu je jednaka težini provodnika u odgovarajućem gravitacionom rasponu. Ona se može izračunati kao rezultanta sila sa leve i desne strane tačke vešanja provodnika, kao na slici. Rezultanta ovih sila je u pravcu vertikale pri svim stanjima provodnika (podrazumeva se kontinualno opterećenje). Rezultanta može biti maksimalna pri dva stanja provodnika: t=-20 ^{o}C ili t= -5 ^{o}C sa dodatnim opterećenjem usled leda. Pri stanju t=-20 ^{o}C, sile F_A i F_C su maksimalne ali je ugao α minimalan; pri stanju t=-5 ^{o}C sa dodatnim opterećenjem usled leda F_A i F_C su manje, ali je ugao α veći. Dakle, za proračun maksimalne rezultante unapred se ne zna koje je stanje kritičnije, pa je potrebno proveriti silu pri oba stanja.

t=-20 ^{o}C :

$$\sigma_{FBL\max}=\sigma_{FBD\max}=\gamma\cdot y_{B(t=-20)}=\gamma\frac{\sigma_{nd}}{\gamma}ch\frac{\gamma x_{B(t=-20)}}{\sigma_{nd}}=\sigma_{nd}ch\frac{\gamma x_{B(t=-20)}}{\sigma_{nd}}=\sigma_{nd}ch\frac{a_{T(t=-20)}\gamma}{2\sigma_{nd}}=$$

$$=\sigma_{nd}ch\frac{\gamma(a_{d(t=-20)}+a)}{2\sigma_{nd}}=110\cdot ch\frac{0{,}035\cdot(628{,}57+100)}{2\cdot 110}=110{,}74\,\text{MPa.}$$

$$F_{B(-20^0C)}=2s\sqrt{(\sigma_{FBL}^{-20})^2-\sigma^2}=2\cdot 150\cdot\sqrt{110{,}74^2-110^2}=3834\ \text{N}\,.$$

<u>*t*=-5 ^{o}C + led:</u>

$$\sigma_{-5+led}=?\Leftarrow\sigma^3_{-5+led}+A\sigma^2_{-5+led}=B$$

$$A=E\cos\psi[\alpha(t+20)+\frac{a^2\gamma^2\cos^2\psi}{24\sigma^2_{nd}}]-\sigma_{nd}$$

$$A=78000\cdot 0{,}995\cdot[15\cdot 19\cdot 10^{-6}+\frac{100^2\cdot 0{,}035^2 0{,}995^2}{24\cdot 110^2}]-110=-84{,}64\ \text{MPa}$$

$$B=\frac{a^2\gamma_r^2 E\cos^3\psi}{24}=\frac{100^2\cdot 0{,}0799^2\cdot 78000\cdot 0{,}995^3}{24}=204410\ \text{MPa}^3;$$

$$\sigma^3_{-5+led}-84{,}64\sigma^2_{-5+led}=204410\qquad\Rightarrow\qquad\sigma_{-5+led}=103{,}7\ \text{MPa}\ ;$$

$$a_{d(-5+led)}\approx\frac{2\cdot\sigma^2_{-5+led}\cdot h}{\gamma_r\cdot a}=\frac{2\cdot 103{,}7\cdot 10}{0{,}0799\cdot 100}=259{,}6\ \text{m}\,;$$

$$\sigma_{FBL(-5+led)}=\sigma_{FBD(-5+led)}=\sigma_{-5+led}\,ch\,\frac{\gamma_r(a_{d(-5+led)}+a)}{2\sigma_{-5+led}}=$$

$$=103{,}7ch\,\frac{0{,}0799(259{,}6+100)}{2\cdot 103{,}7}=104{,}7\ \text{MPa}$$

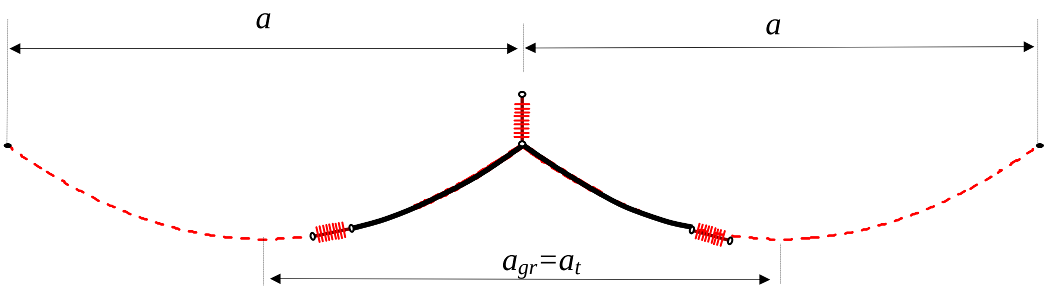
$$F_B^{-5+led}=2s\sqrt{(\sigma_{FBL(-5+led)})^2-\sigma^2_{-5+led}}=2\cdot 150\cdot\sqrt{104{,}7^2-103{,}7^2}=4323\ \text{N}\,.$$

Najveća sila u nosećem izolatroskom lancu koja potiče od provodnika, u opsegu propisanih normalno dozvoljenih stalja provodnika, javlja se pri *t*= -5 ^{o}C + led i iznosi:

$$F_{B\max}=F_B^{-5+led}=2s\sqrt{(\sigma_{FBL(-5+led)})^2-\sigma^2_{-5+led}}=2\cdot 150\cdot\sqrt{104{,}7^2-103{,}7^2}=4323\ \text{N}\,.$$

Određivanje sile u nosećem izolatorskom lancu pomoću gravitacionog raspona:

Pošto su oba raspona simetrična gravitacioni raspon pri nekom stanju provodnika je jednak odgovarajućem totalnom rasponu jednog od raspona.



Za t=-20°C dodatni raspon je $a_{d(-20^o C)} = 628{,}57\ \mathrm{m}$, pa je:

$$a_{gr(-20^o C)} = a_{t(-20^o C)} = a + a_{d(-20^o C)} = 100 + 628{,}57 = 728{,}57\mathrm{m}\,.$$

Dužina provodnika u gravitacionom rasponu je:

$$L_{gr} = \frac{2\sigma_{nd}}{\gamma} ch \frac{a_{gr(-20^0 C)}\gamma}{2\sigma_{nd}} = \frac{2\cdot 110}{0{,}035} ch \frac{728{,}57\cdot 0{,}035}{2\cdot 110} = 730{,}2\ \mathrm{m}$$

Težina provodnika u gravitacionom rasponu je:

$$Q_{gr} = L_{gr}\cdot\gamma\cdot s = 730{,}2\cdot 0{,}035\cdot 150 = 3833{,}6\ \mathrm{N}$$

Iz statičkih uslova lančanice u gravitacionom rasponu sledi da je sila u nosećem izolatorskom lancu jednaka težini Q_{gr}:

$$F_{B(-20^0 C)} = Q_{gr} = 3834\ \mathrm{N}\,.$$

Za t=-5°C+led dodatni raspon je $a_{d(-20^o C)} = 259{,}6\ \mathrm{m}$, pa je:

$$a_{gr(-5^o C+L)} = a_{t(-5^o C+L)} = a + a_{d(-5^o C+L)} = 100 + 259{,}6 = 359{,}6\ \mathrm{m}\,.$$

Gravitacioni raspon na t=-5^{o}C+led je manji nego na t=-20^{o}C, ali lančanice nisu istih težina zbog dodatnog opterećenja usled leda, pa se ne može direktinim poređenjem gravitacionih raspona zaključiti kada je sila veća u nosećem izolatorskom lancu.

$$L_{gr(-5^0C+L)} = \frac{2\sigma_{-5^0+L}}{\gamma_R} sh \frac{a_{gr(-5^0+L)}\gamma_R}{2\sigma_{-5^0+L}} = \frac{2\cdot 103{,}7}{0{,}0799} sh \frac{359{,}6\cdot 0{,}0799}{2\cdot 103{,}7} = 360{,}75 \text{ m}$$

$$F_{B(-5^0C+L)} = Q_{gr(-5^0C+L)} = L_{gr(-5^0C+L)}\cdot\gamma_R\cdot s = 360{,}75\cdot 0{,}0799\cdot 150 = 4323{,}6 \text{ N}.$$

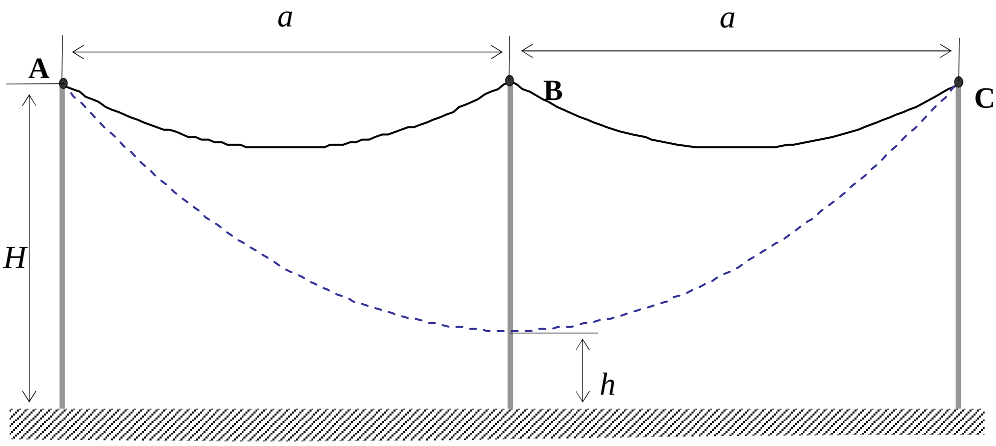
<u>ZADATAK 8:</u> U jednoj pravoj trasi 10 kV distributivnog nadzemnog voda, zbog loše veze provodnika za potporni izolator, došlo je do odvajanja provodnika od izolatora na stubu B, koji spaja dva identična prava raspona a=100 m. Odvajanje provodnika od izolatora se dogodilo u uslovima normalnog dodatnog opterećenja usled leda. Pri padanju provodnika led se zadržao na njemu, tako da je provodnik ostao na temperaturi $t=-5^0C$ sa normalnim dodatnim opterećenjem usled leda, povezan za potporne izolatore na stubovima A i C, kao na slici. Proveriti da li će provodnik dodirivati površinu zemlje nakon istrzanja izolatora ($h=?$), ako je visina tačaka vešanja A i C (kao i tačke B pre istrzanja provodnika) $H=8m$?

Parametri provodnika su: $d=14$ mm, $S=150$ mm^2, $\sigma_{\max rad}=85$ N/mm^2, $\gamma=0.035$ N/m$\cdot$mm^2, $E=70000$ N/mm^2 $\alpha=19\cdot 10^{-6}$ ^{o}C^{-1}. Vod prelazi preko terena sa koeficijentom leda $k=2{,}5$.

Rešenje:

Kod 10 kV vodova najčešće se koriste potporni izolatori, a kao stubovi drveni ili armirano-betonski. Na slici 8.1 prikazan je tzv. A stub jednog 10 kV voda. U zadatku se analizira jedna realna mogućnost da zbog truljenja glave stuba dođe do istrzanja izolatora iz stuba, što se obično dešava pri dodatnom opterećenju, npr. usled leda ili vetra.

Slika 8.1: 10 kV "A" stub sa zaštitnim užetom (zaštitno uže se vrlo retko postavlja na stubove 10 kV mreže, jer je njegova efikasnost mala zbog malog rastojanja u odnosu na fazne provodnike)



Definisanje referentnih veličina za raspone AB i AC.

$$\gamma_{nd\,\min} = \frac{0{,}18\sqrt{d}}{s} = \frac{0{,}18\sqrt{14}}{150} = 449\cdot 10^{-4}\ \mathrm{N/cm^3}$$

$$\gamma_{nd} = k\gamma_{nd\,\min} = 2{,}5\cdot 449\cdot 10^{-4} = 1122{,}5\cdot 10^{-4}\ \mathrm{N/cm^3}$$

$$\gamma_R = \gamma + \gamma_{nd} = 350\cdot 10^{-5} + 112{,}25\cdot 10^{-4} = 1472{,}5\cdot 10^{-4}\ \mathrm{N/cm^3}$$

$$a_{kr} = \frac{\sigma_{\max rad}}{\cos\psi}\sqrt{\frac{360\alpha}{\gamma_R^2 - \gamma^2}} = 85\sqrt{\frac{360\cdot 19\cdot 10^{-6}}{(1472{,}5^2 - 350^2)\cdot 10^{-10}}} = 49{,}2\ \mathrm{m}\,.$$

Poređenjem raspona sa kritičnim rasponom utvrđuje se da je $a>a_{kr}$. Zbog toga se najveće naprezanje provodnika javlja na temperaturi t=-5°C uz dodatno opterećenje usled leda i iznosi $\sigma_L=\sigma_{maxrad}$ = 85 MPa, odnosno referentno stanje provodnika je: t_0 = -5°C, $\gamma_0 = \gamma_R$, $\sigma_0 = \sigma_{maxrad}$. U ovom primeru je uzeto $\sigma_{maxrad} < \sigma_{nd}$ iz razloga što se obično na 10kV-oj mreži montiranje provodnika vrši u velikoj meri iskustveno bez detaljnog proračuna uslova naprezanja.
Ugib neke lančanice definiše njena dužina, iz tog razloga se dužina provodnika javlja kao promenljiva. Ako je pri nekom referentnom stanju (t_0 i σ_0) dužina provodnika L_0, onda je pri nekom proizvoljnom stanju (t, σ) dužina provodnika:

$$L = L_0 + \Delta L_t + \Delta L_\sigma = L_0\left(1+\alpha(t-t_0)+\frac{(\sigma-\sigma_0)}{E}\right)$$

Prethodna jednačina predstavlja izvornu formu jednačine stanja provodnika. Iz tog razloga je dužina provodnika bitna promenljiva, čija je promena uzrokovana promenom temperature i naprezanja provodnika, odnosno promenom stanja provodnika. S obzirom da su promene dužine uzrokovane promenom temperature i naprezanja male (reda nekoliko °/oo) proračun dužine provodnika u jednačini stanja se mora vršiti sa velikom tačnošću reda, npr. 0,1mm kod normalnih raspona.
Dužina provodnika u jednom rasponu (AB ili BC) u uslovima normalnog dodatnog opterećenja usled leda je:

$$L_L = \frac{2\sigma_L}{\gamma_R} sh\left(\frac{a\gamma_R}{2\sigma_L}\right) = \frac{2\cdot 85}{14{,}725\cdot 10^{-4}} sh\frac{100\cdot 14{,}725\cdot 10^{-4}}{2\cdot 85} = 100{,}125 \text{ m}$$

Dužina provodnika u dva analizirana raspona pri analiziranom stanju je:

$$L_{L0}' = 2L_L = 200{,}250 \text{ m}$$

Pri padu provodnika formira se novi raspon AC čija je dužina *a'=2a=200 m.* U novom rasponu nije se promenila temperatura, kao ni dodatno opterećenje provodnika, ali se promenilo naprezanje, a samim tim i dužina provodnika.
Može se formirati jednačina stanja za raspon AC čiji su referentni uslovi: $L_0' = 2L_L = 200{,}250m$, $\sigma_0' = 85$ MPa, $t_0 = -5$ °C, $\gamma_0 = \gamma_R$.

$$L' = L_0' + \Delta L_t' + \Delta L_\sigma' = L_0'\left(1+\alpha(t-t_0)+\frac{(\sigma'-\sigma_0')}{E}\right) = L_0'\left(1+\frac{(\sigma'-\sigma_0')}{E}\right)$$

Dužina provodnika u rasponu AC se može sračunati pomoću jednačine:

$$L' = \frac{2\sigma'}{\gamma_R} sh\left(\frac{a'\gamma_R}{2\sigma'}\right) \approx a' + \frac{a'^3 \gamma_R{}^2}{24\sigma'^2}$$

Kombinujući prethodne dve jednačine dobija se kubna jednačina iz koje se može sračunati naprezanje u provodniku nakon što se odvojio od stuba B.

$$\frac{L_0{}'}{E}\sigma'^3 + \left(L_0{}' - a' - \frac{L_0{}'}{E}\sigma_0{}'\right)\sigma'^2 = \frac{a'^3 \gamma_R{}^2}{24}$$

Zamenom brojnih vrednosti u prethodnu jednačinu ona dobija sledeću analitičku formu:

$$\sigma'^3 + 2{,}2907\sigma'^2 = 2526474\,.$$

Rešenje prethodne jednačine je: $\sigma' \approx 135{,}4$ MPa. Sada se može proračunati ugib provodnika u rasponu AC:

$$f = \frac{a'^2 \gamma_R}{8\sigma'} = \frac{200^2 \cdot 1472{,}5 \cdot 10^{-4}}{8 \cdot 135{,}4} = 5{,}44 \text{ m.}$$

Rastojanje provodnika od zemlje je:

$$h = H - f' = 8 - 5{,}44 = 2{,}56 \text{ m}$$

Provodnik neće dodirnuti zemlju, ali je mehanički preopterećen, pa postoji opasnost od njegovog kidanja ili loma izolatora u tačkama A i C (pogotovu što se pri padu javlja i dinamička sila).

ZADATAK 9: Analizira se zatezno polje kojim je realizovan prelaz preko reke Save 220 kV dalekovoda *TS "Beograd 5" – TE "Nikola Tesla - A".* Zatezno polje se sastoji od tri raspona:

$a_1 = 292\ m$; $a_2 = 570\ m$; $a_3 = 306\ m$; $h_1 = 50{,}81\,m$; $h_2 = -5{,}1\,m$; $h_3 = -43{,}36\ m$.

Fazni provodnici u zateznom polju su izvedeni užetom *Al-Fe 490/65* čiji su podaci: $\gamma = 33{,}04 \cdot 10^{-3}\,\text{N/cm}^3$; $\alpha = 1{,}93 \cdot 10^{-5}\ {}^\circ\text{C}^{-1}$; $E = 7000$ MPa; $\sigma_{nd} = 100\,\text{MPa}$. Na osnovu meteoroloških podataka za dato područje i parametara provodnika usvojeno je: $\gamma_r = \gamma + \gamma_{nd} = 61{,}8 \cdot 10^{-3}\,\text{N/cm}^3$.

Izračunati maksimalni ugib provodnika u srednjem rasponu u slučaju da je prisutno normalno dodatno opterećenje usled leda samo na provodniku u tom rasponu, a provodnici u rasponima a_1 i a_3 su bez dodatnog opterećenja.

Rešenje:

U analiziranom slučaju dodatno opterećenje nije homogeno raspoređeno unutar zateznog polja, pa se ne može primeniti metoda idealnog raspona. U daljem tekstu biće detaljno izveden matematički model jednačine stanja koja omogućava proračune i u ovakvim slučajevima nehomogenog dodatnog opterećenja.
Statičke karakteristike provodnika (naprezanje, ugib, sile u tačkama vešanja i slično) u različitim uslovima eksploatacije (strujno opterećenje i meteorološki uslovi) su definisane jednačinom stanja provodnika. Pri izvođenju jednačine stanja zanemaruje se krutost na savijanje provodnika, odnosno provodnik se tretira kao idealno gipka materijalna nit. Iako je provodnik najčešće izveden kao kombinovano *Al-Fe* uže, u analizi se tretira kao ekvivalentno homogeno uže sa određenim i jedinstvenim temperaturno nepromenljivim parametrima, kao što su: modul elastičnosti (E), linearni tempreaturni koeficijent širenja (α), dozvoljeni normalni napon naprezanja (σ_{nd}) i slično. Ovakve pretpostavke su realne za temperaturni opseg u kojem se provodnik praktično može naći.
Zbog promene temperature provodnika, izazvane promenom temperarture ambijenta ili strujnog opterećenja, menja se njegova dužina što izaziva promenu naprezanja u provodniku i promenu ugiba provodnika. Promenu naprezanja provodnika može izazvati i dodatno opterećenje provodnika, koje može biti posledica hvatanja leda na provodnik ili pritiska vetra na provodnik ili kombinacija i leda i vetra.
U najopštijem slučaju ukupno izduženje provodnika (ΔL) je posledica promene temperature i naprezanja provodnika, što je iskazano sledećom relacijom:

$$\Delta L = \Delta L_t + \Delta L_\sigma \tag{9.1}$$

gde su: ΔL_t - izduženje zbog promene temperature, ΔL_σ - izduženje zbog promene naprezanja.

Uz pretpostavku da je naprezanje u provodniku u zoni elastičnih linearnih deformacija, jednačina (9.1) se može napisati u sledećem obliku:

$$L - L_0 = (t - t_0)\alpha L_0 + \frac{L_0}{E}(\sigma_{Fsred} - \sigma_{Fsred0})\,, \tag{9.2}$$

gde je L_0 referentna dužina provodnika, koja odgovara temperaturi provodnika t_0 i srednjem ukupnom naprezanje provodnika σ_{Fsred0}. Pri temperaturi t dužina provodnika je L, a srednje ukupno naprezanje provodnika je σ_{Fsred}.
Pošto se provodnik tretira kao idealno gipka nit on u gravitacionom polju zauzima oblik lančanice. Teorija lančanica nam omogućava da analitički povežemo dužinu provodnika i horizontalnu komponentu naprezanja provodnika (σ) prema sledećoj relaciji:

$$L = \sqrt{h^2 + \frac{4\sigma^2}{\gamma^2} sh^2\left(\frac{a\gamma}{2\sigma}\right)} \tag{9.3}$$

gde su:

a - raspon (horizontalno rastojanje između tačaka vešanja provodnika),
h – visinska razlika tačaka vešanja provodnika,
γ - specifična težina provodnika uvećana za dodatno kontinualno opterećenje usled leda, ukoliko ono postoji na temperaturi t.

Veza između srednjeg ukupnog naprezanja provodnika i horizontalne komponente naprezanja je data relacijom (9.4).

$$\sigma_{Fsred} = \frac{1}{L}\frac{\sigma}{2}\left(a + \frac{L^2 + h^2}{2\frac{\sigma}{\gamma} th \frac{a}{2\sigma/\gamma}} \right) \tag{9.4}$$

Relacije (9.2), (9.3) i (9.4) čine zatvoren sistem jednačina u slučaju da su tačke vešanja provodnika fiksne (nepoznate su: L, σ i σ_{Fsred}). Međutim, provodnici nadzemnih vodova se najčešće vezuju za stub preko izolatorskih lanaca, pri čemu je veza izolatora za stub zglobna. Takva veza omogućava tačkama vešanja provodnika na nosećim stubovima određeni stepen slobode, tj. mogućnost pomeranja po delu sferne površine koju opisuje vrh izolatorskog lanca pri rotaciji oko njegove tačke vešanja za stub. Formalno matematički, to znači da je sistem jednačina (9.1 – 9.3) u opštem slučaju neodređen, jer se kao nepoznate, pored navedenih, pojavljuju i raspon a i visinska razlika tačaka vešanja h. Što znači da svaki raspon moramo posmatrati kao deo pripadajućeg zateznog polja.
Da bi se definisala jednačina stanja provodnika u zateznom polju potrebno je prethodno precizirati šta se podrazumeva pod tačkama vešanja provodnika. U ovoj analizi podrazumeva se da tačke vešanja provodnika za zatezni stub odgovaraju tačkama pričvršćenja zateznog izolatorskog lanca za konstrukciju stuba, tj. usvaja se da su zatezni izolatorski lanci sastavni deo lančanice. Ova aproksimacija unosi određenu grešku u proračun, ali je prihvatljiva kod zategnutih provodnika nadzemnih vodova. Dakle, uvažavanjem ove pretpostavke smatramo da su tačke vešanja provodnika na krajevima zateznog polja fiksne. Kod nosećih stubova, odnosno nosećih izolatorskih lanaca, pod tačkama vešanja provodnika podrazumevaju se tačke pričvršćenja provodnika za noseći izolatorski lanac. U odnosu na ovako definisane tačke vešanja određuju se i rasponi i visinske razlike tačaka vešanja.
Posmatramo proizvoljno zatezno polje koje se sastoji od n raspona. Za svaki od raspona u zateznom polju mogu se napisati relacije (9.2 – 9.4), tako da dobijamo sistem (9.5) koji sadrži $3 \times n$ jednačina.

$$L_i - L_{0i} = (t - t_0)\alpha L_{0i} + \frac{L_{0i}}{E}(\sigma_{Fsredi} - \sigma_{Fsred0i}) \tag{9.5}$$

$$L_i = \sqrt{{h_i}^2 + \frac{4\sigma^2}{{\gamma_i}^2} sh^2\left(\frac{a_i\gamma_i}{2\sigma}\right)}$$

$$\sigma_{Fsredi} = \frac{1}{L_i}\frac{\sigma}{2}\left(a_i + \frac{{L_i}^2 + {h_i}^2}{2\frac{\sigma}{\gamma_i} th \frac{a_i}{2\sigma / \gamma_i}}\right)$$

(i=1,2,...,n)

U relacijama (9.5) važi pretpostavka da je horizontalna komponenta naprezanja provodnika (σ) ista u svim rasponima analiziranog zateznog polja. Ova pretpostavka se temelji na činjenici da su noseći izolatorski lanci zglobno vezani za noseći stub, te da iz tog razloga ne trpe postojanje razlike u horizontalnim projekcijama sila u tački vešanja dva susedna raspona. Pretpostavka je prihvatljiva u slučaju malih zakošenja izolatorskih lanaca u odnosu na njihov vertikalan položaj.
Pri promeni temperature, ili usled hvatanja leda na provodnik, u opštem slučaju (nejednaki rasponi u zateznom polju) dolazi do nejednakog izduženja provodnika u rasponima zateznog polja što uzrokuje izvesno odstupanja visećih izolatorskih lanaca od vertikalnog položaja. Dakle, promenom stanja provodnika menjaju se u opštem slučaju veličine svih raspona (a_i , $i=1,2,\ldots,n$) u zateznom polju, tako da i rasponi postaju promenljive stanja provodnika. Strogo posmatrano i visinske razlike tačaka vešanja provodnika (h_i , $i=1,2,\ldots,n$) će se menjati sa zakošenjem izolatora. U ovoj analizi smatra se da su visinske razlike tačaka vešanja nepromenljive i poznate veličine. Ova pretpostavka proizilazi iz činjenice da je u opsegu praktično mogućih stanja provodnika zakošenje izolatorskih lanaca dovoljno malo da možemo smatrati da se pomeranje tačaka vešanja vrši po horizontalnoj pravoj u ravni linije provodnika.
U sistemu jednačina (9.5) pretpostavljena je mogućnost da dodatna kontinualna opterećenja u rasponima mogu biti različite pri istoj temperarturi t, tj. da u nekim rasponima zateznog polja postoji dodatno opterećenje usled leda a u nekima ne, što je realna mogućnost koja se naročito uvažava pri analizi ukrštanja dva nadzemana voda.

Na osnovu navedenih pretpostavki zaključujemo da su nepoznate u relacijama (9.5): dužine provodnika (L_i , $i=1,2,\ldots,n$), srednja naprezanja provodnika (σ_{Fsri} , $i=1,2,\ldots,n$), dužine raspona (a_i , $i=1,2,\ldots,n$) i horizontalna komponenta naprezanja (σ), koja je po pretpostavci ista u svim rasponima. Ukupan broj nepoznatih je $(3\times n)+1$ pa je potrebno definisati još jednu jednačinu i dodati je sistemu (9.5). Ta jednačina proističe iz pretpostavke da su tačke vešanja provodnika za zatezne stubove fiksne odnosno da je dužina zateznog polja poznata i nepromenljiva, odnosno da je:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{0i} = \sum_{i=1}^{n} a_i \; . \qquad (9.6)$$

Jenačine (9.5) i jednačina (9.6) čine sistem od $(3\times n)+1$ linearno nezavisnih jednačina koje definišu jednačinu stanja provodnika u zateznom polju.

Određivanje referentnih uslova za jednačinu stanja provodnika u zateznom polju

Da bi se jednačina stanja mogla rešavati potrebno je definisati referentne uslove. Za referentne uslove treba odabrati one pri kojima se javlja maksimalno dozvoljeno naprezanje. Prema važećim propisima maksimalno dozvoljeno naprezanje može se javiti na temperaturi $t_0 = -20\ ^oC$ bez dodatnog opterećenja usled leda ili na temperarturi $t_0 = -5\ ^oC$ sa dodatnim opterećenjem usled leda. Unapred se ne zna koji od ova dva uslova je kritičniji pa je potrebno usvojiti jedan od uslova a onda u formiranom modelu proveriti horizotalno naprezanje u provodniku pri stanju koje odgovara drugom uslovu. Ako je dobijeno naprezanje manje od izabranog onda su izabrani referentni uslovi dobri, a ako je veće onda treba usvojiti druge referentne uslove.

U jednačini stanja potrebno je definisati sve veličine koje se odnose na izabrano referentno stanje, to su sve one veličine koje imaju u indeksu oznake ″0″, kao i sve visinske razlike tačaka vešanja h_i ($i=1,2,...,n$) čija je promena zanemarena u ovom modelu. Neke od referentnih veličina nije moguće eksplicitno zadati, ali se može iskoristiti činjenica da jednačina stanja važi i u referentnoj tački, što omogućava da izaberemo pogodne referentne veličine.

Ako se jednačina stanja primeni na referantne uslove dobija se sistem (9.7) od $2\times n$ jednačina, kojima je formalno matematički izbegnuto zadavanje referentnih vrednosti za dužine provodnika i srednja ukupna naprezanja po rasponima.

$$L_{0i} = \sqrt{h_i^{\,2} + \frac{4\sigma_0^{\,2}}{\gamma_0^{\,2}} sh^2\left(\frac{a_{0i}\gamma_0}{2\sigma_0}\right)}$$

$$\sigma_{Fsred\,0i} = \frac{1}{L_{0i}}\frac{\sigma_0}{2}\left(a_{0i} + \frac{L_{0i}^{\,2} + h_i^{\,2}}{2\frac{\sigma_0}{\gamma_0} th \frac{a_{0i}}{2\sigma_0/\gamma_0}}\right) \qquad (i=1,2,...,n) \tag{9.7}$$

Referentna specifična težina (γ_0) se zadaje shodno izabranom referentnom stanju, odnosno prema relaciji:

$$\gamma_0 = \begin{cases} \gamma, & t_0 = -20^oC \\ \gamma + \gamma_{nd}, & t_0 = -5^oC \end{cases} \tag{8}$$

gde su:

γ- specifična težina provodnika,

γ_{nd} – normalna dodatna specifična težina usled leda.

Horizontalnu komponentu naprezanja u provodniku pri referentnim uslovima (σ_0) potrebno je zadati tako da maksimalno naprezanje provodnika u zateznom polju pri referentnom stanju bude jednako normalno dozvoljenom naprezanju za dati provodnik (σ_{nd}). Maksimalno naprezanje u rasponu javlja se u tačkama vešanja provodnika. Međutim, ne može se unapred identifikovati raspon u kojem se pojavljuje maksimalno naprezanje. Da bi odredili raspon u kojem se pojavljuje maksimalno naprezanje u zateznom polju potrebno je izvesti izraz za maksimalno naprezanje u proizvoljnom rasponu zateznog polja. Posmatraće se proizvoljan *k*-ti raspon u sopstvenom koordinatnom sistemu.

Jednačina linije provodnika *k*-tog raspona u sopstvenom koordinatnom sistemu je data relacijom (9).

$$y = \frac{\sigma}{\gamma_k} ch \frac{x\gamma_k}{\sigma} \tag{9.9}$$

Dodatni raspon *k*-tog raspona (a_{dk}) je dat relacijom (9.9).

$$a_{dk} = \frac{2\sigma}{\gamma_k} Arsh\left(\frac{h_k}{2\sigma/\gamma_k} sh^{-1}\left(\frac{a_k}{2\sigma/\gamma_k} \right)\right) \tag{9.10}$$

Kod lančanica važi prosta veza između ukupnog naprezanja (σ_F) u nekoj tački i njene ordinate.

$$\sigma_F = y\gamma_k \tag{9.11}$$

Maksimalno naprezanje u *k*-tom rasponu (σ_{maxk}) se može izraziti preko odgovarajućeg totalnog raspona:

$$\sigma_{\max k} = \sigma_{\max} = \sigma ch \frac{a_{tk}\gamma_k}{2\sigma}\,. \tag{9.12}$$

Iz relacije (9.12) može se zaključiti da se maksimalno naprezanje u zateznom polju javlja u rasponu kojem odgovara najveći totalni raspon (a_t). Pošto je $a_{tk} = a_k + a_{dk}$, koristeći jednačinu (9.11) i izraz za dodatni raspon (9.9) može se napisati izraz (9.13) za maksimalno naprezanje u *k*-tom rasponu pri referentnim uslovima ($\sigma_{max0\,k}$).

$$\sigma_{\max 0k} = \sigma_0 ch\left(\frac{a_{k0}\gamma_0}{2\sigma_0} + Arsh\left(\frac{\gamma_0 h_k}{2\sigma_0 sh\left(\frac{a_{k0}\gamma_0}{2\sigma_0}\right)}\right)\right) \qquad (9.13)$$

Maksimalno naprezanje u zateznom polju pri referentnim uslovima $\sigma_{\max 0}$ se može odrediti na osnovu formalne relacije (9.14).

$$\sigma_{\max o} = \max\{\sigma_{\max 0k}, \ k = 1,2,...,n\} \qquad (9.14)$$

Pošto je $\sigma_{\max 0}$ maksimalni napon koji se u okviru propisanih uslova može pojaviti u provodniku, onda se ovaj napon zadaje da bude jednak normalno dozvoljenom naprezanju za dati provodnik, odnosno $\sigma_{\max 0} = \sigma_{nd}$.
Da bi referentni uslovi za izvedeni model bili u potpunosti određeni potrebno je definisati još veličine raspona pri referentnim uslovima (a_{i0}, $i=1,2,...,n$). Strogo gledano rasponi su određeni i poznati samo u uslovima montaže provodnika kada su noseći izolatorski lanci u vertikalnom položaju. Međutim, na mehanički proračun bitno utiču odstupanja raspona pri promeni stanja provodnika u zateznom polju, dok apsolutne vrednosti raspona, koje se relativno malo menjaju sa promenom stanja, praktično definišu samo referentne vrednosti u odnosu na koje se računaju ta odstupanja. Imajući to u vidu, može se pretpostaviti da su rasponi pri referentnim uslovima poznati i jednaki rasponima koji se imaju pri montaži.

Rešavanje jednačine stanja provodnika u zateznom polju

Definisanjem pogodnih referentnih veličina, jednačina stanja (9.5) je proširena, odnosno povećan je red sistema. Formalno matematički, ako se kao ulazne veličine zadaju: a_{i0} ($i=1,2,...,n$), h_i ($i=1,2,...,n$), γ_0 i $\sigma_{\max 0}$, mehanički proračun zateznog polja se svodi na rešavanje nelinearnog sistema algebarsikh jednačina kojeg čine izrazi (9.5), (9.6), (9.7), (9.13) i (9.14). Rešavanje ovog nelinearnog sistema algebarskih jednačina može se vršiti nekom od numeričkih metoda (npr. Njutnovom metodom, vidi udžbenik M. Đurić str. 35-38). Da bi se započeo iterativni postupak potrebno je definisati (pretpostaviti) početne vrednosti za promenljive stanja: L_i, ai, σ_{Fsri} i σ; kao i za pomoćne promenljive: L_{i0}, σ_{Fsr0i} i σ_0. U relacijama koje slede početne vrednosti za promenljive će imati u superskriptu oznaku ″0″.
Za početne dužine provodnika po rasponima, kako pri referentnom tako i pri analiziranom stanju, se može usvojiti dužina spojnica odgovarajućih tačaka vešanja:

$$L_{0i}^0 = L_i^0 = \sqrt{h_i^2 + a_{i0}^2} \ , \ (i=1,2,...,n) \ . \qquad (9.15)$$

S obzirom da se rasponi malo menjaju sa promenom stanja mogu se usvojiti početne vrednosti za raspone:

$$a_i^0 = a_{0i}, \quad i = 1,2,...,n. \tag{9.16}$$

Početne vrednosti za horizontalnu komponentu i srednja naprezanja po rasponima pri referentnim uslovima se najčešće mnogo ne razlikuju od usvojenog nominalno dozvoljenog naprezanja, pa se može usvojiti:

$$\sigma_0^0 = \sigma_{Fsr0i}^0 = \sigma_{nd}, \quad i = 1,2,...n. \tag{9.17}$$

Što se tiče početnih vrednosti za naprezanja pri zadatim uslovima (analiziranom stanju) može se usvojiti relacija (9.18).

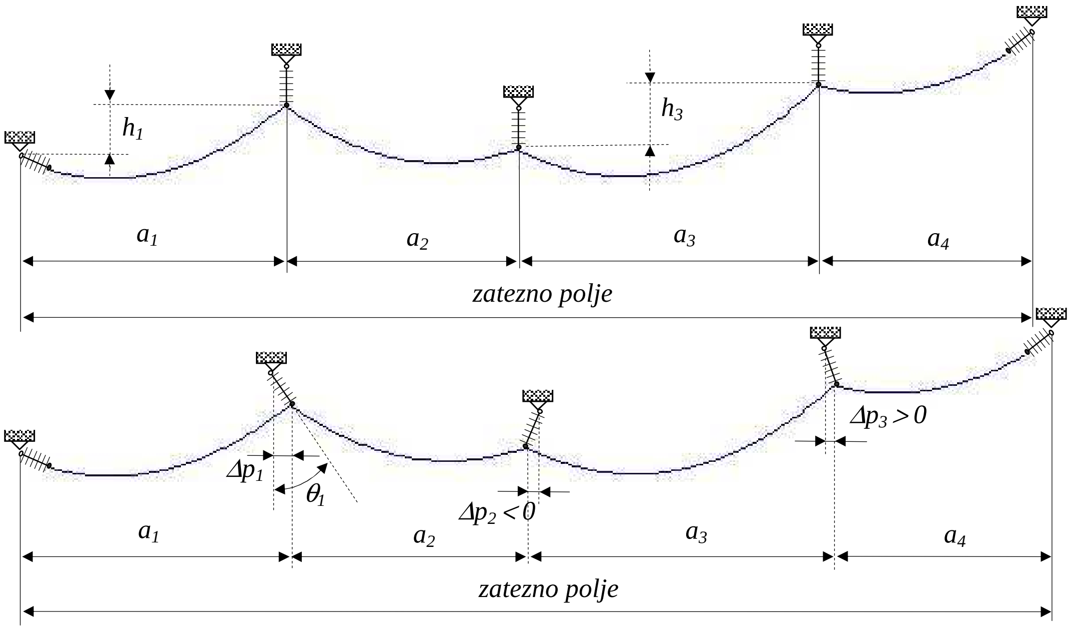
$$\sigma_i^0 = \sigma_{Fsri}^0 = \sigma_{nd} / 2, \quad i = 1,2,...,n. \tag{9.18}$$

Početna pogađanja u relaciji (9.18) se mogu na osnovu iskustva drugačije (približnije) zadati u zavisnosti od stanja koje analiziramo čime se može postići brža konvergencija iterativnog postupka.
Definisanjem početnih vrednosti na osnovu relacija (9.15 – 9.18), omogućava brzu i stabilnu konvergenciju iterativnog postupka i pri velikim zahtevanim tačnostima.

Određivanje uglova zakošenja nosećih izolatorskih lanaca

U polaznim pretpostavkama rečeno je da se zakošenje nosećih izolatorskih lanaca u modelu aproksimira horizontalnim pomeranjem tačaka vešanja u pravcu linije zateznog polja (bočna zakošenja uzrokovana vetrom nisu analizirana). Ovakva aproksimacija se temelji na pretpostavci da je ugao zakošenja izolatorskih lanaca, pri realno mogućim stanjima provodnika, relativno mali, te da praktično ne utiče na vrednosti h_i. Međutim, zakošenja nosećih izolatorskih lanaca ugrožavaju pretpostavku o jednakosti horizontalnih komponenti naprezanja u rasponima zateznog polja a samim tim i egzistenciju izvedenog modela stanja provodnika. Održivost pretpostavke je povezana sa dužinom izolatorskih lanaca, odnosno naponskim nivoom voda. Ako je dužina izolatorskih lanaca veća onda je realnost aproksimacije izvesnija. Iz ovog razloga je potrebno proveriti uglove zakošenja izolatorskih lanaca pri nekom analiziranom stanju.

Uglovi zakošenja nosećih izolatorskih lanaca (*θ_j, j=1,2,...,(n-1))* mogu se odrediti na osnovu slike 9.1 na kojoj je prikazano jedno proizvoljno zatezno polje. Na slici 9.1 (dole) se posmatra zatezno polje dato na slici 9.1 (gore) ali pri nekim uslovima (stanju), pri kojima se ima određeno zakošenje nosećih izolatorskih lanaca (pretpostavka je da slika 9.1 gore odgovara referentnim uslovima).



Slika 9.1 Proizvoljno zatezno polje sa naglašenim zakošenjem nosećih izolatorskih lanaca

Uglovi zakošenja (θ_j), odnosno odgovarajući horizontalni pomeraji vrha nosećih izolatorskih lanaca (Δp_j) se posmatraju kao algebarske veličine, pri čemu je usvojeno da je ugao pozitivan ako je zakošenje izloatorskog lanca u smeru suprotnom od smera kazaljki na satu. Na osnovu slike 9.1 mogu se napisti sledeće relacije:

$$\begin{aligned} \Delta p_1 &= a_1 - a_{01}; \\ \Delta p_2 - \Delta p_1 &= a_2 - a_{02}; \\ \Delta p_3 - \Delta p_2 &= a_3 - a_{03}. \end{aligned} \tag{9.19}$$

Rešavanjem sistema jednačina (19) po promenljivim (Δp_j) dobija se:

$$\begin{aligned} \Delta p_1 &= a_1 - a_{01}; \\ \Delta p_2 &= (a_2 + a_1) - (a_{02} + a_{01}); \\ \Delta p_3 &= (a_3 + a_2 + a_1) - (a_{03} + a_{02} + a_{01}). \end{aligned} \tag{9.20}$$

Na osnovu izraza (9.20) može se napisati izraz (9.21) koji predstavlja opštu formu za izračunavanje horizontalnih pomeranja nosećih izolatorskih lanaca pri promeni stanja provodnika.

$$\Delta p_j = \sum_{k=1}^{j} (a_k - a_{0k}), \quad j = 1,2,...,(n-1). \tag{9.21}$$

Ako je dužina izolatorskih lanaca *d* (pretpostavljena je ista dužina nosećih izolatorskih lanaca u zateznom polju), onda se uglovi zakošenja nosećih izolatorskih lanaca mogu računati prema relaciji:

$$\theta_j = \arcsin\left(\frac{\Delta p_j}{d}\right) \quad j=1,2,...,(n-1). \tag{9.22}$$

Rezultati proračun datog zateznog polja

Izvedeni matematički model je pomoću računara primenjen na zadato zatezno polje. Ako pretpostavimo da referentni uslovi odgovaraju: $t_0 = -5^o C$, $\gamma_0 = \gamma_r$ i $\sigma_{\max 0} = \sigma_{nd}$, dobija se: $\sigma_0 \equiv \sigma_{-5+led} = 96{,}51\ \mathrm{MPa}$; $\sigma_{-20} = 59{,}225\ \mathrm{MPa}$.
Pošto je $\sigma_{-5+led} > \sigma_{-20}$ referentni uslovi su dobro izabrani.

Analizira se dato zateznog polja pri zadatom stanju (postoji led samo na srednjem rasponu): $t = -5\ {}^0C$; $\gamma_1 = \gamma_3 = \gamma$; $\gamma_2 = \gamma_r$.

Za pretpostavljeno stanje provodnika računarskom primenom izvedenog matematičkog modela dobija se:

$\sigma = 89{,}65\ \mathrm{MPa}$; $\sigma_{\max} = 91{,}56\ \mathrm{MPa}$;
$\theta_1 = 7.29^o$; $\theta_2 = -8.50^o$; $f_2 = 28.23\,\mathrm{m}$.

Pri proračunu uglova zakošenja pretpostavljeno da je dužina nosećih izolatorskih lanaca *d=2* m.

Analizom dobijenih rezultata može se zaključiti da je ugib raspona broj 2 pri pretpostavljenom stanju veći nego pri temperaturi *t=40 ^{o}C*, pa je navedeno stanje merodavno za određivanje visine nosećih stubova kako bi obezbedili zahtevani minimalni nivo provodnika iznad reke.